

## BAB 3

### METODE *DYNAMIC DATA ENVELOPMENT ANALYSIS*

Model DEA klasik memiliki banyak kegunaan seperti menghitung nilai efisiensi untuk semua DMU, memperkirakan fungsi produksi, dan memproyeksikan DMU-DMU yang tidak efisien terhadap batas efisiensi. Akan tetapi, model ini tidak dapat menentukan ketidakefisienan pada proses-proses tertentu di keadaan nyata. Ketika nilai efisiensi dari DMU dihitung menggunakan model DEA klasik, perhitungan tidak dapat dilakukan pada proses internal yang terus menerus dalam DMU. Model DEA klasik mengabaikan proses internal dan sub proses dalam DMU. Sehingga, efisiensi dan ketidakefisienan dihubungkan dengan DMU, bukan dengan sub proses internalnya. Pada persoalan di kehidupan nyata, ketika sebuah DMU memiliki struktur rumit dan proses internal yang terus menerus, pengambil keputusan sebaiknya mengetahui tentang efisiensi dari tiap sub proses. Hal ini telah ditunjukkan dalam literatur DEA yang menggunakan model DEA jaringan.

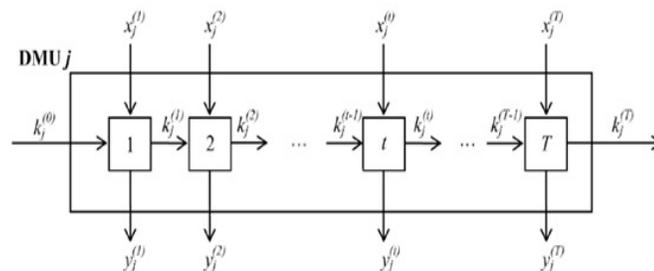
Selain itu, model DEA klasik menghitung nilai efisiensi DMU berdasarkan riwayat input dan outputnya sehingga model ini tidak dapat diaplikasikan pada kasus-kasus dimana DMU dinilai pada waktu yang akan datang dan periode banyak. Akan tetapi, pengambilan keputusan dapat mengikuti tren dari DMU pada periode banyak. Pada kondisi ini, input dan output dari DMU dapat berubah sesuai dengan susunan sebelum ditetapkan pada waktu yang akan datang, sehingga dapat dikatakan model DEA klasik tidak dapat menangani kasus seperti ini. Persoalan ini telah ditunjukkan pada model DEA dinamis dengan multi periode.

#### **3.1 *Dynamic Data Envelopment Analysis (DDEA)***

Pada akhir tahun 1970 DEA diperkenalkan oleh Charnes, Cooper dan Rhodes (CCR) sebagai sebuah metode untuk mengevaluasi pengukuran efisiensi relatif dari DMU-DMU. Kemudian, *dynamic* DEA dikembangkan oleh Fare *et al.*, untuk melakukan penilaian jangka panjang terhadap penggabungan konsep quasi-fixed

input dan kegiatan investasi. DDEA memungkinkan kita untuk mengukur efisiensi berdasarkan optimisasi lama yang mana didalamnya aktifitas-aktifitas terhubung seperti kegiatan investasi digabungkan.

Sejauh ini model D-DEA telah dikembangkan. Salah satunya adalah Nemoto dan Goto yang mengembangkan DEA menjadi kerangka dinamis. Pada penelitian sebelumnya Nemoto dan Goto (1999) menambahkan pandangan penting pada DEA dinamis. Dalam penelitiannya menggabungkan dua jenis input yang berbeda (input variabel dan input *quasi-fixed*) kedalam kerangka DEA dinamis. Pengenalan input *quasi-fixed* kedalam model DEA dapat dilihat sebagai langkah pertama menuju Dynamic DEA. Ciri khusus dari input *quasi-fixed* ini adalah, posisi output pada suatu periode juga merupakan input untuk periode berikutnya. Sebagai contoh dalam kasus pembangkit listrik, pekerja, dan bahan bakar (input variable) digunakan untuk menghasilkan listrik (output). Kebanyakan dari listrik yang dihasilkan dijual kepada pembeli/pengguna, dan sebagian (input *quasi-fixed*) dari listrik yang dihasilkan itu tetap tersimpan didalam pembangkit/generator. Daya listrik yang dihasilkan tersebut digunakan untuk menghasilkan listrik dalam periode berikutnya. Model DDEA yang diajukan oleh Nemoto dan Goto (1999) dapat digunakan untuk malakukan perankingan dalam *dynamic DEA*. Adapun struktur dari DEA dinamis dapat dilihat pada gambar 3.1. berikut.



Gambar 3.1 Struktur DEA dinamis

Misalkan terdapat  $n$  DMU ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) yang dievaluasi dalam  $T$  periode ( $t = 1, 2, \dots, T$ ). Dalam periodet setiap DMU $_j$  menggunakan dua kelompok input berbeda  $k_j^{(t-1)} \in R_+^l$  (sebagai vektor dari input quasi-fixed) dan  $x_j^{(t)} \in R_+^m$  (seba-

gai vektor dari input variabel) untuk menghasilkan dua kelompok output berbeda  $y_j^{(t)} \in R_+^s$  (sebagai vektor dari hasil) dan  $k_j^{(t)}$  (sebagai vektor dari input quasi-fixed yang digunakan pada periode selanjutnya).

Input variabel  $x_j^{(t)}$  dan input *quasi-fixed*  $k_j^{(t-1)}$  pada awal periode  $t$  diubah oleh proses  $P_t$  menjadi output reguler  $y_j^{(t)}$  dan input *quasi-fixed*  $k_j^{(t)}$  pada akhir periode  $t$ . Sehingga himpunan kemungkinan produksi (production possibility set) dalam periode  $t$  dapat didefinisikan sebagai berikut.

$$\phi_t^{CRS} = \{(x^{(t)}, k^{(t-1)}, y^{(t)}, k^{(t)}) \in R_+^{l+m} \times R_+^{s+l} \mid \begin{array}{l} X_t \lambda_t \leq x^{(t)} \quad K_{t-1} \lambda_t \leq k^{(t-1)} \\ Y \lambda_t \geq y^{(t)} \quad K_t \lambda_t \geq k^{(t)} \end{array} \quad \lambda_t \geq 0\}$$

dimana  $\lambda_t \in R_+^n$  adalah vektor bobot untuk menghubungkan DMU dalam periode  $t$ . Dan,  $X_t = [x_1^{(t)}, \dots, x_n^{(t)}]$ ,  $K_{(t-1)} = [k_1^{(t-1)}, \dots, k_n^{(t-1)}]$  dan  $Y_t = [y_1^{(t)}, \dots, y_s^{(t)}]$  adalah matriks input, input quasi-fixed dan output secara berturut-turut. Misalkan DMU <sub>$o$</sub>  berada di bawah unit evaluasi yang menggunakan  $(x_o^{(t)}, k_o^{(t-1)})$  untuk menghasilkan  $(y_o^{(t)}, k_o^{(t)})$  untuk  $t = 1, 2, \dots, T$ .

Tone dan Tsutsui (2014) mengajukan model DEA dinamis yang menyeratakan struktur jaringan dalam tiap periode dalam kerangka pendekatan pengukuran berdasarkan *slacks*. Model ini mengevaluasi keseluruhan efisiensi terhadap keseluruhan periode yang diteliti, perubahan dinamis dari efisiensi periode dan perubahan dinamis dari efisiensi bagian.

Wang *et al.*, (2013) mengajukan kerangka DEA dinamis yang mempertimbangkan kriteria energy dan non energy yang diperlukan dan tidak diperlukan. Penulis menggunakan metode ini untuk menghitung efisiensi total faktor lingkungan dan energi daerah China. Hasil empiris penelitian menunjukkan bahwa daerah Timur China memiliki efisiensi energi dan lingkungan yang tertinggi, sedangkan efisiensi daerah barat adalah yang terendah.

Tone dan Tsutsui (2010) meneliti beberapa metode klasik untuk mengukur perubahan efisiensi dari waktu ke waktu, seperti analisis *window* dan *Malmquist index*. Kemudian penulis mengajukan model DEA dinamis yang menggabungkan aktifitas operan untuk mengukur efisiensi periode tertentu berdasarkan pada opti-

misasi jangka panjang selama seluruh periode. Tone dan Tsutsui (2010) mengembangkan model DEA dinamis yang diajukan oleh Fare dan Grosskopf dengan menggunakan kerangka pengukuran berdasarkan *slacks*, yang disebut *dynamic SBM (Slacks-based Measure)*. Model SBM tidaklah radial dan dapat berhubungan dengan input/output secara individual, berbeda dengan pendekatan radial yang mengasumsikan perubahan sebanding dalam input/output.

Chen (2009) mengajukan sebuah jaringan produksi yang meliputi kumpulan proses produksi yang ditunjukkan oleh beberapa grup yang saling bergantung dari sub DMU dalam sebuah DMU.

### 3.2 Pengukuran efisiensi

Menurut Repkova (2013), pembahasan tentang batas efisien dimulai oleh Farrel yang menetapkan pengukuran sederhana efisiensi sebuah perusahaan yang dapat memperhitungkan banyak input. Farrel menyatakan bahwa efisiensi perusahaan terdiri dari dua komponen yaitu efisiensi teknis (*technical efficiency*) dan efisiensi alokatif (*allocative efficiency*). Efisiensi teknis adalah kemampuan sebuah perusahaan untuk memaksimalkan output dari sejumlah input yang diberikan. Efisiensi alokatif adalah kemampuan perusahaan untuk menggunakan input dengan proporsi optimal pada tingkat harga input tertentu. Gabungan dari dua pengukuran ini menghasilkan pengukuran efisiensi produktif.

Pengukuran efisiensi relatif dapat dilakukan dengan pendekatan parametrik dan non parametrik. Pengertian pendekatan parametrik adalah pendekatan yang menyertakan beberapa asumsi teoritis dalam melakukan pengukuran efisiensi relatif dan mengasumsikan adanya hubungan fungsional antara input dan output, walaupun dalam kenyataannya tidak ada fungsi yang benar-benar pasti. Sedangkan pengertian pendekatan nonparametrik adalah diasumsikan tidak adanya hubungan antara input dan output secara fungsional. Pendekatan parametric membandingkan secara tidak langsung kombinasi output yang dihasilkan dengan kombinasi input yang digunakan, sebaliknya bagi pendekatan nonparametrik yang membandingkan secara langsung kombinasi input dengan kombinasi output.

*Data Envelopment Analysis* (DEA) adalah metode nonparametrik yang mengukur efisiensi relatif sebuah DMU terhadap DMU lain dengan pembatas sederhana yaitu semua DMU yang berada pada atau di bawah batas efisiensi. DEA mengukur efisiensi relatif dari DMU homogen dalam penerapannya yaitu multiple input untuk menghasilkan multiple output. DEA juga mengidentifikasi, untuk DMU yang tidak efisien, sumber dan level ketidakefisienan untuk setiap input dan output. Analisis ini berkenaan dengan pemahaman bagaimana tiap DMU menunjukkan hubungan dengan yang DMU lainnya, penyebab ketidakefisienan, dan bagaimana sebuah DMU dapat memperbaiki hasilnya untuk menjadi efisien.

DEA dimulai dengan formulasi program pecahan sederhana. Misalkan terdapat  $n$  DMU untuk dievaluasi. Masing-masing menggunakan jumlah yang berbeda baik input  $i$  dan menghasilkan output  $r$ . Contoh :DMU $_j$  menggunakan sejumlah  $x_{ji}$  input untuk menghasilkan sejumlah  $y_{jr}$  output. Diasumsikan bahwa input  $x_{ji}$  dan output  $y_{jr}$  adalah non-negatif, dan tiap DMU memiliki setidaknya satu input positif dan nilai output. Produktifitas DMU dapat dituliskan sebagai berikut:

$$h_j = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{jr}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ji}}$$

Dalam persamaan ini,  $u$  dan  $v$  adalah bobot untuk masing-masing input dan output. Dengan menggunakan teknik program matematika, DEA secara optimal menetapkan bobot pada kendala berikut. Bobot untuk setiap DMU ditetapkan subyek pada kendala dimana tidak ada DMU yang memiliki efisiensi lebih besar dari 1 jika DMU menggunakan bobot yang sama dan efisiensi DMU akan memiliki nilai rasio 1. Fungsi objektif DMU $_k$  adalah rasio dari total output terbobot dibagi dengan total input terbobot:

$$\max h_0(u, v) = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}}$$

Subject to

$$\begin{aligned} \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} &\leq 1, & j = 1, 2, \dots, n, \\ u_r &\geq 0, & r = 1, 2, \dots, s, \\ v_i &\geq 0, & i = 1, 2, \dots, m, \end{aligned}$$

dimana  $h_o$  adalah efisiensi teknis dari DMU $_o$ ,  $u_r$  dan  $v_i$  adalah bobot untuk dioptimalkan,  $y_{rj}$  adalah jumlah dari output ke  $r$  untuk DMU ke  $j$ ,  $x_{ij}$  adalah jumlah dari input ke  $i$  untuk DMU ke  $j$ ,  $r$  menunjukkan  $s$  output berbeda,  $i$  menunjukkan  $m$  input berbedadan  $j$  menunjukkan  $n$  DMU berbeda.

## BAB 4

### MERANKING PEMASOK SUSTAINABEL DENGAN *DATA ENVELOPMENT ANALYSIS* DINAMIS

#### 4.1 Algoritma

Dalam algoritma terdapat empat langkah penyelesaian.

- Langkah 1. Menentukan tujuan manajerial (*managerial goals*) untuk setiap input dan output pemasok pada periode  $(p + 1)$  berikutnya.
- Langkah 2. Menggunakan GP-DEA untuk mengevaluasi tujuan dan menentukan batasan pada masa yang akan datang untuk semua pemasok yang efisien maupun yang tidak efisien.
- Langkah 3. Menggunakan DDEA untuk mengevaluasi efisiensi pemasok dalam multi periode.
- Langkah 4. Meranking pemasok berdasarkan tren efisiensi dan nilai efisiensi secara keseluruhan.

#### 4.2 Mengevaluasi dengan Integrasi *Goal Programming* dan DEA

Tujuan DMU digunakan untuk menentukan patokan atau standar bagi setiap DMU. Tujuan tersebut merupakan keinginan atau ekspektasi dari pembuat keputusan yang dinyatakan sebagai input dan output. Patokan atau standar harus realistis dan tetap berada dalam himpunan kemungkinan produksi (*production possibility set*).

Misalkan  $j$  merupakan DMU ( $j = 1, \dots, m$ ) yang dievaluasi selama periode  $p$  lampau. Setiap periode memiliki  $n$  input ( $i = 1, \dots, n$ ). Input dan output didefinisikan sebagai berikut:

1.  $x_{ij}$  ( $i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$ ) sebagai input;
2.  $y_{rj}^D$  ( $r = 1, \dots, s; j = 1, \dots, m$ ) sebagai output yang diinginkan yang mana penambahannya meningkatkan efisiensi DMU;
3.  $y_{rj}^{UD}$  ( $r = 1, \dots, s; j = 1, \dots, m$ ) sebagai output yang tidak diinginkan yang mana penambahannya mengurangi efisiensi DMU.

Pendekatan dengan *goal programming* ini bertujuan untuk memenuhi sifat berikut:

1. Pilihan pengambil keputusan (yang dituliskan sebagai goals atau tujuan) dapat ditentukan pada DMU yang diobservasi;
2. Tujuan (*goals*) tersebut dapat disebut sebagai input atau output berdasarkan konteks persoalannya;
3. Patokan tidak hanya dibatasi pada DMU yang tidak efisien saja;
4. Patokan yang dihasilkan harus realistis dalam arti terletak dalam PPS, dan tidak berpindah terlalu jauh dari posisi DMU saat ini.

Sehingga dapat dikatakan bahwa pengambil keputusan sekarang tidak hanya sebagai pemantau tetapi perencana untuk waktu yang akan datang.

Pada keadaan ini, tujuan (*goals*) untuk DMU didefinisikan sebagai berikut:

$g_{id}$  : Tujuan yang berhubungan dengan input ke  $i$  pada DMU ke  $d$ .

$h_{rd}$  : Tujuan yang berhubungan dengan output ke  $r$  pada DMU ke  $d$ .

Patokan  $x_{id}^*$ ,  $y_{rd}^{*D}$  dan  $y_{rd}^{*UD}$  yang dicari seharusnya memenuhi 3 karakteristik berikut:

1. Patokan seharusnya sedekat mungkin dengan tujuan (*goals*);
2. Patokan seharusnya berada pada batas efisien dari himpunan kemungkinan produksi (*production possibility set*);

3. Gabungan dari patokan input dan output seharusnya tetap dekat dengan input dan output DMU sehingga dapat dicapai pada periode berikutnya.

Ketiga karakteristik tersebut akan dibahas sebagai berikut:

1. Patokan atau standar seharusnya sedekat mungkin dengan tujuan (*goals*). Secara teori, yang ingin dicapai adalah:

$$\begin{aligned} x_{id}^* &\geq g_{id}, \quad i = 1, \dots, n \\ y_{rd}^{*D} &\geq h_{rd}, \quad r = 1, \dots, s \text{ dan diinginkan} \\ y_{rd}^{*UD} &\leq h_{rd}, \quad r = 1, \dots, s \text{ dan tidak diinginkan} \end{aligned} \quad (1)$$

Karena tujuan mungkin tidak dicapai, maka digunakan variabel deviasi untuk semua tujuan.  $\delta_{ij}^I$  merupakan variabel deviasi untuk tujuan input dan  $\delta_{rj}^O$  merupakan variabel deviasi untuk tujuan output. Menurut titik acuan Wierzbicki (1999), fungsi skalar dari variabel deviasi adalah diminimumkan. Pendekatan ini lebih baik daripada pendekatan sebelumnya karena solusi hasil GP akan tetap menunjukkan batas efisien. Sehingga, dapat dituliskan:

$$\begin{aligned} x_{id}^* - \delta_{id}^I &\leq g_{id}, \quad i = 1, \dots, n \\ y_{rd}^{*UD} - \delta_{rd}^0 &\leq h_{rd}, \quad r = 1, \dots, s \text{ dan tidak diinginkan} \\ y_{rd}^{*D} + \delta_{rd}^0 &\leq h_{rd}, \quad r = 1, \dots, s \text{ dan diinginkan} \end{aligned} \quad (2)$$

Dalam metode GP tradisional, variabel deviasi adalah non-negatif dan fungsi variabel deviasi adalah diminimumkan dengan menggunakan fungsi scalar Chebychev sebagai berikut:

$$MAX \left\{ MAX_{i=1}^n w_{id}^I \delta_{id}^I, MAX_{r=1}^s w_{rd}^0 \delta_{rd}^0 \right\} + \varepsilon \left\{ \sum_{i=1}^s w_{id}^I \delta_{id}^I + \sum_{r=1}^s w_{rd}^0 \delta_{rd}^0 \right\} \quad (3)$$

Dalam definisi diatas,  $w_{id}^I$  dan  $w_{rd}^0$  adalah bobot variabel deviasi dan eadalah bilangan positif kecil. Selain itu, diasumsikan bahwa titik acuan Wierzbicki (1999) berhubungan dengan tujuan (*goals*).

2. Patokan atau standar seharusnya ditetapkan pada batas efisiensi dari himpunan kemungkinan produksi (*production possibility set*).

Fungsi Wierzbicki digunakan untuk memastikan bahwa hasil yang didapat adalah efisien. Pada dasarnya, patokan atau standar diperoleh dari gabungan linier DMU. Sehingga solusi akan berada pada batas efisiensi PPS (*production possibility set*).

3. Gabungan input dan output patokan/standar seharusnya dekat dengan input dan output dari DMU ke  $d$  sehingga dapat dicapai dalam periode berikutnya. Dalam hal ini,  $d$  merupakan DMU yang dievaluasi.

Nilai optimal  $\varpi_j$  menyatakan titik sebuah titik pada batas efisien yang dekat kepada tujuan. Dengan kata lain, titik acuan khusus diperkenalkan untuk menentukan patokan atau standar untuk setiap DMU. Titik acuan tersebut menunjukkan jarak nyata antara tujuan dan hasil saat ini dari DMU ke  $j$ .

Titik acuan dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \text{ref} &= \text{titik acuan (reference point)} \\
 x_{id}^{\text{ref}} &= \beta(x_{id} - g_{id}) \\
 y_{rd}^{\text{ref},D} &= \beta(h_{rd} - y_{rd}) \\
 y_{rd}^{\text{ref},UD} &= \beta(y_{rd} - h_{rd}) \\
 0 &\leq \beta \leq 1
 \end{aligned} \tag{4}$$

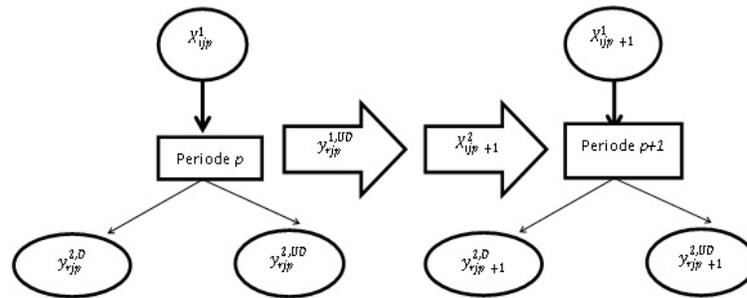
Setelah menentukan titik acuan, beberapa patokan efisien dibuat berdasarkan nilai  $\beta$  yang berbeda. Perlu diingat, nilai  $\beta$  menunjukkan kepentingan tujuan tersebut (kepentingan input dan output) yang ditentukan berdasarkan pendapat si pengambil keputusan. Karena tujuan mungkin memiliki tingkat kepentingan yang sama, maka dapat ditetapkan nilai  $\beta$  yang sama untuk input dan output. Jika nilai  $\beta$  sama dengan 1, berarti terdapat perbedaan yang besar antara tujuan dan nilai input dan output. Jika nilai  $\beta$  lebih kecil dari 1, berarti menunjukkan perbedaan yang kecil. Selanjutnya, digunakan model berikut untuk menentukan patokan atau standar terbaik:

$$\begin{aligned}
 \min \Delta &+ \in \left\{ \sum_{i=1}^n w_{id}^I \delta_{id}^I + \sum_{r=1}^s w_{rd}^0 \delta_{rd}^0 \right\} \\
 \text{s.t} \quad & \sum_{j=1}^m \varpi_j X_{ij} - \delta_{id}^I \leq \beta(x_{id} - g_{id}), \quad i = 1, \dots, n
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{j=1}^m \varpi_j y_{rj}^D + \delta_{rd}^0 &\geq \beta(h_{rd} - y_{rd}), \quad r = 1, \dots, S \\
\sum_{j=1}^m \varpi_j y_{rj}^{UD} + \delta_{rd}^0 &\geq \beta(y_{rd} - h_{rd}), \quad r = 1, \dots, n \\
\Delta - w_{rd}^I \delta_{id}^I &\geq 0, \quad i = 1, \dots, n \\
\Delta - w_{rd}^0 \delta_{id}^0 &\geq 0, \quad r = 1, \dots, s \\
\varpi_j &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \Delta, \delta_{id}^I, \delta_{rd}^0 \text{ bebas}
\end{aligned} \tag{5}$$

### 4.3 Model DEA Dinamis

Misalkan  $JDMU$  ( $j = 1, \dots, m$ ) dievaluasi selama  $p$  periode ( $p = 1, \dots, P$ ). Dan misalkan  $n$  input dalam setiap periode ( $i = 1, \dots, n$ ). Terdapat 2 jenis input dan output dalam setiap periode : Tipe 1 dan Tipe 2. Input eksternal yang memasuki setiap periode disebut tipe 1. Selain itu, input yang merupakan output dari periode ( $p$ ) sebelumnya disebut tipe 2. Dan lagi, beberapa output memasuki periode berikutnya sebagai input. Dalam kasus ini, pengambil keputusan meminimumkan tujuan dari aspek input dan memaksimalkan tujuan dari aspek output. Oleh karena itu, output yang meninggalkan proses dan tidak memasuki periode ( $p + 1$ ) berikutnya digolongkan sebagai tipe 2. Dan output yang tidak meninggalkan proses dan masuk periode ( $p + 1$ ) berikutnya disebut tipe 1. Struktur periode dan input serta output yang bersangkutan dari DMU ditampilkan dalam gambar berikut.



Gambar 4.1 Struktur input dan output untuk sebuah DMU

Seperti yang telah disebutkan sebelumnya, input dinyatakan sebagai berikut  $X_{ijp}^\alpha$  ( $i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m; p = 1, \dots, P; \alpha = 1, 2$ ) dimana  $\alpha$  menyatakan tipe input. Dengan kata lain jika terdapat input eksternal, maka  $\alpha$  adalah 1. Dan

jika input datang dari periode sebelumnya  $\alpha$  adalah 2. Output yang diinginkan dan tidak diinginkan ditetapkan sebagai berikut:

$y_{rjp}^{\alpha,D}$  ( $r = 1, \dots, s; j = 1, \dots, m; p = 1, \dots, P; \alpha = 1, 2$ ) merupakan output yang diinginkan dan  $y_{rjp}^{\alpha,UD}$  ( $r = 1, \dots, s; j = 1, \dots, m; p = 1, \dots, P; \alpha = 1, 2$ ) merupakan output yang tidak diinginkan.

$\alpha$  untuk output yang diinginkan/tidak diinginkan yang masuk kepada periode berikutnya, dinyatakan dengan 1 sedangkan  $\alpha$  untuk output yang diinginkan/tidak diinginkan yang tidak masuk kepada periode berikutnya, dinyatakan dengan 2. Berikut adalah pengali untuk setiap faktor diatas:

$\lambda_{rjp}^1$ : Pengali  $y_{rjp}^{1,D}$  yang keluar dari periode ke  $p$  dan tidak masuk ke periode berikutnya.

$v_{rjp}^2$ : Pengali  $y_{rjp}^{2,D}$  yang keluar dari periode ke  $p$  dan masuk ke periode berikutnya.

$\xi_{rjp}^1$ : Pengali  $y_{rjp}^{1,UD}$  yang keluar dari periode ke  $p$  sebagai periode akhir dan tidak masuk ke periode berikutnya.

$\tau_{rjp}^2$ : Pengali  $y_{rjp}^{2,UD}$  yang keluar dari periode ke  $p$  sebagai periode akhir dan tidak memasuki periode berikutnya.

$\varsigma_{ijp}^1$ : Pengali  $x_{ijp}^1$  yang masuk ke periode ke  $p$  sebagai eksternal output

$\varphi_{ijp}^2$ : Pengali  $x_{ijp}^2$  yang masuk ke periode ke  $p$  dari periode  $p - 1$ .

$y_{rjp}^{\alpha,D}$  adalah faktor yang meningkatkan efisiensi DMU. Sehingga,  $y_{rjp}^{\alpha,D}$  sebaiknya dimaksimumkan dalam setiap periode. Oleh karena itu, diperoleh:

$$\sum_{r=1}^{s,D} \lambda_{rjp}^1 y_{rjp}^1 + \sum_{r=1}^{s,D} v_{rjp}^2 y_{rjp}^2 \quad (6)$$

Faktor  $x_{ijp}^{\alpha}$  dan  $y_{rjp}^{\alpha,UD}$  mengurangi efisiensi DMU. Sehingga sebaiknya diminimumkan dalam setiap periode. Karena itu, diperoleh:

$$\sum_{r=1}^{s,UD} \xi_{rjp}^1 y_{rjp}^1 + \sum_{i=1}^n \varsigma_{ijp}^1 x_{ijp}^1 + \sum_{r=1}^{s,UD} \tau_{rjp}^2 y_{rjp}^2 + \sum_{i=1}^n \varphi_{ijp}^2 x_{ijp}^2 \quad (7)$$

Persamaan (7) merupakan penyebut dalam persamaan (8) dimana faktor yang tidak diinginkan dianggap sebagai input. Karena itu, efisiensi yang bersangkutan diperoleh dengan menggunakan persamaan (8). Efisiensi periode ke  $p$  didefinisikan sebagai berikut:

$$\phi_p = \frac{\sum_{r=1}^p \left( \sum_{r=1}^{s,D} \lambda_{rjp}^1 y_{rjp}^1 + \sum_{r=1}^{s,D} v_{rjp}^2 y_{rjp}^2 \right)}{\sum_{r=1}^{s,UD} \xi_{rjp}^1 y_{rjp}^1 + \sum_{i=1}^n \varsigma_{ijp}^1 x_{ijp}^1 + \sum_{r=1}^{s,UD} \tau_{rjp}^2 y_{rjp}^2 + \sum_{i=1}^n \varphi_{ijp}^2 x_{ijp}^2} \quad (8)$$

Perlu diingat bahwa periode pertama hanya memiliki input tipe 1 sehingga tidak ada output yang masuk pada periode pertama tersebut. Jadi, efisiensi pada periode pertama didefinisikan sebagai berikut:

$$\phi_1 = \frac{\sum_{r=1}^{s,D} \lambda_{rjp}^1 y_{rjp}^1 + \sum_{r=1}^{s,D} v_{rjp}^2 y_{rjp}^2}{\sum_{r=1}^{s,UD} \xi_{rjp}^1 y_{rjp}^1 + \sum_{i=1}^n \varsigma_{ijp}^1 x_{ijp}^1} \quad (9)$$

Periode terakhir hanya memiliki output yang disebut output tipe 2. Dengan demikian, efisiensi periode akhir dihitung dengan persamaan berikut:

$$\phi_p = \frac{\sum_{r=1}^{s,D} v_{rjp}^2 y_{rjp}^2}{\sum_{r=1}^{s,UD} \xi_{rjp}^1 y_{rjp}^1 + \sum_{i=1}^n \varsigma_{ijp}^1 x_{ijp}^1 + \sum_{r=1}^{s,UD} \tau_{rjp}^2 y_{rjp}^2 + \sum_{i=1}^n \varphi_{ijp}^2 x_{ijp}^2} \quad (10)$$

Dengan pendekatan berorientasi input, optimasi nilai efisiensi secara keseluruhan ( $\phi$ ) dengan memperhatikan kendala seharusnya bernilai tidak lebih dari 1.

Dengan menggunakan teknik transformasi Charnes dan Cooper, model pecahan diubah menjadi model linier sebagai berikut:

$$\max \sum_{p=1}^p \left( \sum_{r=1}^{s,D} \lambda_{rjp}^1 y_{rjp}^1 + \sum_{r=1}^{s,D} v_{rjp}^2 y_{rjp}^2 \right)$$

s.t

$$\begin{aligned} & \sum_{r=1}^{s,UD} \xi_{rdp}^1 y_{rdp}^1 + \sum_{i=1}^n \varsigma_{idp}^1 x_{idp}^1 + \sum_{r=1}^{s,UD} \tau_{rjp}^2 y_{rjp}^2 + \sum_{i=1}^n \varphi_{ijp}^2 x_{ijp}^2 = 1 \\ & \sum_{r=1}^{s,UD} \lambda_{rjp}^1 y_{rjp}^1 + \sum_{r=1}^{s,UD} v_{rjp}^2 y_{rjp}^2 \leq \sum_{r=1}^{s,UD} \xi_{rjp}^1 y_{rjp}^1 + \sum_{i=1}^n \varsigma_{ijp}^1 x_{ijp}^1 \quad (11) \\ & \sum_{r=1}^{s,UD} \xi_{rjp}^1 y_{rjp}^1 + \sum_{i=1}^n \varsigma_{ijp}^1 x_{ijp}^1 + \sum_{r=1}^{s,UD} \tau_{rjp}^2 y_{rjp}^2 + \sum_{i=1}^n \varphi_{ijp}^2 x_{ijp}^2 \geq \sum_{r=1}^{s,D} v_{rjp}^2 y_{rjp}^2 \\ & \lambda_{rjp}^1, v_{rjp}^2, \xi_{rjp}^1, \varsigma_{ijp}^1, \varphi_{ijp}^2, \xi_{rdp}^1, \varsigma_{idp}^1 \geq \varepsilon \end{aligned}$$

$$\varepsilon > 0$$

Akhirnya, nilai efisiensi secara keseluruhan dari setiap periode dapat dihitung dengan persamaan berikut:

$$\Phi_j = \frac{\sum_{p=1}^p \phi_p}{p} \quad (12)$$

Formula diatas menyatakan efisiensi rata-rata pemasok (DMU) untuk setiap periode.

#### 4.4 Contoh Kasus

Pada penelitian ini, data yang dijadikan sebagai contoh diambil dari Madjid *et al.*, (2016).Perusahaan mengevaluasi 20 pemasok (DMU) yang telah memasok dari 2013 sampai 2015.Dalam penelitian ini digunakan GP-DEA untuk menentukan patokan atau standar bagi pemasok pada tahun 2016. DDEA kemudian digunakan untuk mengevaluasi pemasok. Dalam setiap periode, tiap pemasok memiliki 2 input dan 3 output meliputi dua output yang diinginkan dan satu output yang tidak diinginkan. Input dan output pemasok didefinisikan sebagai berikut:

1. Input : biaya eco-design sebagai kriteria lingkungan yang masuk ke periode  $p$  dari periode sebelumnya dan biaya kesehatan tenaga kerja dan keselamatan kerja sebagai kriteria sosial yang masuk ke proses sebagai input eksternal.
2. Output yang tidak diinginkan : Investasi dalam produk eco-design karena investasi berasal dari periode sebelumnya yang dikeluarkan dalam eco-design dari produk
3. Output yang diinginkan: Keuntungan dan kualitas produk yang dihasilkan oleh pemasok.

Untuk mengkonversi faktor kualitatif menjadi nilai kuantitatif digunakan Skala Likert.Dengan menggunakan skala Likert, penilaian kualitatif dari kualitas produk untuk tiap pemasok dikonversi menjadi nilai kuantitatif seperti yang ditunjukkan dalam Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Skala Likert untuk kualitas produk pemasok

Nilai	Kualitas
1	Kualitas yang sangat rendah
3	Kualitas yang rendah
5	Kualitas medium
7	Kualitas baik
9	Kualitas tinggi
2-4-6-8	Faktor menengah

Kumpulan data dan nilai input, output yang diinginkan dan output yang tidak diinginkan pada tahun 2015 ditampilkan dalam Tabel 4.2.

Tabel 4.2 Output dan input pemasok 2015

DMU	Input		Output yang tidak diinginkan	Output yang diinginkan	
	Biaya eco-design	Biaya kesehatan pekerja dan keamanan kerja	Investasi dalam produk eco-design	Kualitas produk	Keuntungan akhir periode
1	1350	95	850	7	48500
2	1850	90	1950	7	53100
3	2200	85	2100	6	49200
4	2050	85	2400	5	39000
5	2750	45	2600	9	38500
6	2950	80	2200	8	42800
7	1700	35	2850	9	28500
8	2850	45	2500	9	35000
9	1900	65	2450	8	39500
10	2550	70	1800	4	50600
11	1600	65	1750	5	37200
12	2400	40	2900	9	29000
13	2600	85	2300	8	44900
14	2900	35	3000	9	30200
15	2300	95	2500	7	49700
16	2100	85	2350	9	47800
17	1950	90	2450	8	39400
18	1900	80	2650	5	41300
19	2750	95	1850	7	49500
20	2650	85	1750	9	51100

Tabel 4.3 menunjukkan kumpulan tujuan manajemen untuk 20 pemasok pada tahun 2016. Perlu diingat, kualitas produk pemasok digolongkan berdasarkan data pada Tabel 4.1. Dan manajer mempertimbangkan nilai berbeda bagi tujuan yang menunjukkan kapabilitas berbeda dari pemasok.

Tabel 4.3 Tujuan output dan input pemasok 2016

DMU	Input		Output yang tidak diinginkan	Output yang diinginkan	
	Biaya eco- design	Biaya kesehatan pekerja dan keamanan kerja	Investasi dalam produk eco- design	Kualitas produk	Keuntungan akhir periode
1	850	80	1500	9	38500
2	1950	70	2500	7	40000
3	2100	60	2600	7	38500
4	2400	65	2700	9	40500
5	2600	60	3000	9	39500
6	2200	55	2900	8	40000
7	2850	60	2600	7	38500
8	2500	40	2900	9	39500
9	2450	40	2700	9	42500
10	1800	45	2450	9	41000
11	1750	40	2250	7	39500
12	2900	60	2800	7	38500
13	2300	60	2900	8	39000
14	3000	70	2650	9	40500
15	2500	45	2950	8	39000
16	2350	50	3100	9	38500
17	2450	40	3200	9	40500
18	2650	50	3000	7	32500
19	1850	60	3250	9	37500
20	1750	55	2950	9	39500

Dengan menggunakan tujuan manajerial pada Tabel 4.3, patokan atau standar bagi 20 pemasok pada tahun 2016 dapat ditentukan berdasarkan model (5) dengan asumsi  $\alpha = 1$ . Hasil patokan atau standar ditampilkan dalam Tabel 4.4.

Tabel 4.4 Patokan atau standar output dan input pemasok 2016

DMU	Input		Output yang tidak diinginkan	Output yang diinginkan	
	Biaya eco- design	Biaya kesehatan pekerja dan keamanan kerja	Investasi dalam produk eco- design	Kualitas produk	Keuntungan akhir periode
1	2863	42	2770	9	2546
2	2003	71	2430	7	4032
3	2547	42	2893	9	2983
4	2673	54	2781	9	3612
5	3456	69	3245	6	3559
6	2301	61	3165	8	4876
7	3671	75	3241	8	3762
8	2554	52	3341	9	3098
9	3091	48	3422	8	2930
10	2006	47	2278	9	3981
11	2963	59	2987	8	3670
12	2793	71	2892	8	3998
13	2637	52	3067	9	3012
14	2873	57	2897	8	4129
15	3178	63	2987	8	3598
16	3289	49	2987	9	3419
17	2766	59	3419	9	4023
18	3298	61	3296	8	3987
19	3388	69	3827	7	3981
20	3128	60	3001	8	4012

Kemudian digunakan model DDEA untuk mengevaluasi pemasok dalam 4 periode. Tabel 4.5 menunjukkan input, output yang diinginkan dan tidak diinginkan dari 20 pemasok untuk 2013, 2014 dan 2015.

Tabel 4.5 Data Historis 2013

DMU	Input		Output yang tidak diinginkan	Output yang diinginkan	
	Biaya eco- design	Biaya kesehatan pekerja dan keamanan kerja	Investasi dalam produk eco- design	Kualitas produk	Keuntungan akhir periode
1	1250	70	950	7	36800
2	2600	35	2850	9	29000
3	2100	50	2350	9	34500
4	2000	40	1950	7	30500
5	2150	85	2400	8	39500
6	2350	60	1850	5	41200
7	1550	55	1900	3	43600
8	2650	40	2750	9	27000
9	2900	45	3100	9	28500
10	1800	60	1500	7	43700
11	1950	55	1800	6	41800
12	1850	75	2600	7	35200
13	2100	50	2200	8	37500
14	1950	80	1950	9	39100
15	2200	75	2300	7	36200
16	2100	85	1950	8	41200
17	1950	80	1850	7	44800
18	2700	40	2900	9	27000
19	2150	95	2100	5	44500
20	2350	90	2150	9	47800

Tabel 4.6 Data Historis 2014

DMU	Input		Output yang tidak diinginkan	Output yang diinginkan	
	Biaya eco- design	Biaya kesehatan pekerja dan keamanan kerja	Investasi dalam produk eco- design	Kualitas produk	Keuntungan akhir periode
1	950	65	1350	7	44500
2	2850	85	1850	5	47000
3	2350	65	2200	7	41500
4	1950	70	2050	9	33000
5	2400	70	2750	7	43800
6	1850	45	2950	9	31400
7	1900	55	1700	5	46500
8	2750	45	2850	9	29500
9	3100	70	1900	9	52500
10	1500	50	2550	8	42000
11	1800	55	1600	4	40600
12	2600	70	2400	5	36700
13	2200	75	2600	9	43600
14	1950	40	2900	9	30500
15	2300	90	2300	8	56000
16	1950	65	2100	9	52500
17	1850	75	1950	7	51000
18	2900	80	1900	6	49500
19	40	75	2750	9	31000
20	55	80	2650	9	43700

Tabel 4.7 Data Historis 2015

DMU	Input		Output yang tidak diinginkan	Output yang diinginkan	
	Biaya eco- design	Biaya kesehatan pekerja dan keamanan kerja	Investasi dalam produk eco- design	Kualitas produk	Keuntungan akhir periode
1	1350	95	850	7	48500
2	1850	90	1950	7	53100
3	2200	85	2100	6	49200
4	2050	85	2400	5	39000
5	2750	45	2600	9	38500
6	2950	80	2200	8	42800
7	1700	35	2850	9	28500
8	2850	45	2500	9	35000
9	1900	65	2450	8	39500
10	2550	70	1800	4	50600
11	1600	65	1750	5	37200
12	2400	40	2900	9	29000
13	2600	85	2300	8	44900
14	2900	35	3000	9	30200
15	2300	95	2500	7	49700
16	2100	85	2350	9	47800
17	1950	90	2450	8	39400
18	1900	80	2650	5	41300
19	2750	95	1850	7	49500
20	2650	85	1750	9	51100

Kemudian digunakan model (11) dan menghitung efisiensi setiap pemasok menggunakan model DDEA. Tabel 6 menampilkan nilai efisiensi setiap pemasok pada tahun 2013, 2014, 2015 dan 2016. Persamaan (12) digunakan untuk menghitung efisiensi keseluruhan yang ditunjukkan dalam kolom akhir pada Tabel 4.6. Efisiensi keseluruhan ini menunjukkan efisiensi rata-rata tiap pemasok selama empat tahun analisis.

Tabel 4.8 Model DEA dinamis menggunakan nilai efisiensi pemasok

DMU	2013	2014	2015	2016	Efisiensi Keseluruhan
	$\Phi_{2012}$	$\Phi_{2013}$	$\Phi_{2014}$	$\Phi_{2015}$	
1	0.589	0.667	0.756	0.883	0.724
2	0.839	0.635	0.729	0.804	0.752
3	0.729	0.641	0.736	0.769	0.719
4	0.765	0.584	0.825	0.730	0.717
5	0.810	0.651	0.781	0.798	0.760
6	0.739	0.623	0.765	0.845	0.743
7	0.821	0.801	1	0.830	0.863
8	1	1	0.723	0.641	0.841
9	0.812	0.679	0.803	1	0.824
10	0.731	0.842	0.733	0.693	0.750
11	0.559	0.762	0.586	0.719	0.657
12	0.674	0.766	0.874	0.685	0.750
13	0.832	0.689	0.812	0.901	0.810
14	0.719	0.873	0.649	0.786	0.757
15	0.743	0.598	0.689	0.649	0.670
16	0.587	0.701	0.832	0.816	0.690
17	0.635	0.711	0.681	0.730	0.689
18	0.833	0.610	0.744	0.681	0.717
19	0.705	0.879	0.789	0.806	0.795
20	0.819	0.799	0.761	0.849	0.807

Dari Tabel 6, dapat dilihat bahwa pemasok 7 memiliki nilai efisiensi keseluruhan tertinggi dibandingkan pemasok lainnya.

Dalam model DEA konvensional, jika sebuah DMU tidak efisien mencapai efisiensi standar, DMU tersebut masih diperhitungkan sebagai DMU tidak efisien dalam periode berikutnya karena sebuah DMU yang efisien dalam satu tahun dapat memperbaiki efisiensinya pada tahun berikutnya. Untuk mengatasi hal ini, pemasok paling sustainabel pada tahun 2016 diperkenalkan sebagai patokan atau standar untuk pemasok lainnya pada 2015. Alhasil, pemasok 9 diperkenalkan sebagai standar pada tahun 2016. Patokan atau standar ini memastikan jika pemasok efisien/tidak efisien saat ini mencapai tujuannya, pemasok tersebut akan efisien pada 2016.

Salah satu hasil dari penelitian ini adalah menunjukkan ranking pemasok berdasarkan efisiensi keseluruhan dan peramalan tren efisiensi dari pemasok. Beberapa pemasok mungkin memiliki nilai efisiensi relative tinggi, tetapi tren efisiensinya bisa jadi konstan atau bahkan menurun. Karena tren efisiensi pemasok menjadi pertimbangan, maka tren efisiensi menjadi salah satu kriteria baru untuk mengevaluasi pemasok. Sebagai contoh, dalam Tabel 6, efisiensi keseluruhan dari masing-masing pemasok 8 dan 1 adalah 0.841 dan 0.742. Akan tetapi, tren efisiensi pemasok 8 menurun selama 4 periode sedangkan tren efisiensi pemasok 1 meningkat. Jika sebuah pemasok efisien dalam semua periode, maka tren efisiensi pemasok tersebut adalah nol.

Untuk mengatasi masalah ini, diperlukan perhitungan bobot dari tren efisiensi dan efisiensi keseluruhan. Untuk menggabungkan tren efisiensi dan efisiensi keseluruhan, maka diberikan formula berikut:

$$v_i = \beta\theta_0^* + (1 - \beta)R, 0 \leq \beta \leq 1$$

dimana  $v_i$  adalah nilai ke- $i$  yang diperoleh pemasok.  $\theta_0^*$  adalah efisiensi keseluruhan DMU.  $\beta$  menyatakan pentingnya efisiensi keseluruhan (seperti yang ditentukan oleh pengambil keputusan). Semakin besar  $\beta$ , semakin penting efisiensi keseluruhan dari sebuah DMU. Semakin kecil  $\beta$ , semakin penting tren efisiensi.  $R$  menunjukkan penurunan efisiensi DMU selama multi periode. Penurunan negatif menunjukkan tren yang menurun dalam efisiensi relatif dan penurunan positif menunjukkan tren yang meningkat dalam efisiensi relatif. Tabel 4.7 menampilkan perankingan pemasok baik pada efisiensi keseluruhan dan penurunan efisiensi dengan  $\beta = 0.5$ .

Tabel 4.9 Ranking pemasok berdasarkan efisiensi keseluruhan dan penurunan efisiensi  $\beta = 0.5$ )

DMU	$R$	$\theta_0^*$	$\theta_i^*$	Rank
1	0.9933	0.724	0.8586	1
2	-0.0141	0.752	0.3689	13
3	0.5075	0.719	0.6132	7
4	-0.186	0.717	0.2655	16
5	0.1649	0.760	0.4624	12
6	0.6466	0.743	0.6948	5
7	-0.3167	0.863	0.2731	15
8	-0.9366	0.841	-0.0478	20
9	0.6709	0.824	0.7474	3
10	-0.4484	0.750	0.1508	17
11	0.3957	0.657	0.5268	9
12	0.197	0.750	0.4735	11
13	0.4824	0.810	0.6462	6
14	-0.0316	0.757	0.3627	14
15	-0.4014	0.670	0.1343	19
16	0.9259	0.690	0.8079	2
17	0.7940	0.689	0.7415	4
18	-0.4387	0.717	0.1391	18
19	0.3848	0.795	0.5899	8
20	0.1819	0.807	0.4944	10

Dari tabel di atas, diketahui bahwa pemasok sustainabel terbaik adalah pemasok 1. Walaupun Pemasok 8 merupakan pemasok sustainabel terbaik dari segi efisiensi keseluruhan, tetapi menjadi pemasok yang paling buruk karena tren efisiensinya menurun. Karena itu, pengambilan keputusan seharusnya tidak hanya berfokus pada efisiensi keseluruhan tetapi juga harus memperhitungkan tren efisiensi bagi masing-masing pemasok.

## BAB 5

### KESIMPULAN

Persoalan pemilihan pemasok sustainabel merupakan persoalan penting yang dihadapi oleh kebanyakan perusahaan manufaktur. Dalam tesis ini diberikan pembahasan mengenai pendekatan untuk evaluasi dan perankingan untuk memilih pemasok sustainabel terbaik. Model DDEA yang dibahas dalam tesis ini memberikan peramalan efisiensi DMU di masa yang akan datang. Integrasi GP dengan model DDEA memberi kelebihan dalam perhitungan efisiensi pada masa lampau, sekarang dan masa yang akan datang sekaligus. Setelah dilakukan pembahasan terhadap model, diberikan contoh kasus sebagai percobaan numerik. Dalam pengambilan keputusan, efisiensi keseluruhan tidak menjadi fokus utama akan tetapi juga diperhitungkan tren efisiensi keseluruhan setiap pemasok. Berdasarkan penjabaran kesimpulan tentang kelebihan model DDEA pada tesis ini, maka dapat disimpulkan DDEA merupakan cara yang baik untuk mengevaluasi dan meranking DMU untuk multi periode, dalam hal ini adalah mengevaluasi dan meranking pemasok sustainabel.