Telah diuji pada

Tanggal 17 Desember 2012

PANITIA PENGUJI TESIS

Ketua	**:**	**Dr. Sutarman, M.Sc**
Anggota	**:**	**1. Prof. Dr. Tulus, M.Si**
		2. Prof. Dr. Herman Mawengkang
		3. Dr. Yulita Molliq, M.Sc

ABSTRAK

Program stokastik merupakan program matematika dengan situasi (yang mengandung) ketidakpastian. Program stokastik adalah merupakan program matematika, dimana beberapa data yang termuat pada tujuan atau kendala mengandung ketidakpastian, ketidakpastian biasanya dicirikan oleh distribusi peluang pada parameter. Walaupun ketidakpastian didefinisikan dengan tepat tetapi pada prakteknya diberikan beberapa skenario (hasil yang mungkin dari data) yang spesifik dan distribusi peluang gabungan yang cepat. Penyelesaian dengan Markov chain diharapkan untuk mendapatkan kebijaksanaan tersebut, dan mendapat nilai-nilai variabel keputusan yang merupakan komponen dari kebijaksanaan.

Kata kunci : Program Stokastik Linier, Markov Chain

ABSTRACT

The stochastic program is a mathematical program with an uncertainty situation. Stochastic program is a math program, where some of the data contains the objectives or constraints of uncertainty. The uncertainty is usually characterized by a probability distribution on the parameter. Although uncertainty is defined precisely but it gives some of the scenarios in practice (which may result from the data) it is specific and rapid joint probability distribution. Completion of the Markov Chain is expected to gain the wisdom, and obtain the values of decision variables.

Keyword : *Stochastic Linear Programs, Markov Chain*

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur kehadirat Tuhan Yang Maha Kuasa, atas berkat dan kasih-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis ini dengan judul: "Studi Tentang Penyelesaian Program Linier Stokastik Dengan Markov Chain. Tesis ini merupakan salah satu persyaratan penyelesaian studi pada program studi Magister Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sumatera Utara. Pada kesempatan ini penulis menyampaikan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya kepada:

Prof. Dr. dr. Syahril Pasaribu, DTM&H, M.Sc(CTM), Sp.A(K) selaku Rektor Universitas Sumatera Utara

Dr. Sutarman, M.Sc selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk mengikuti Program Studi Magister Matematika di FMIPA Universitas Sumatera Utara, dan juga sebagai pembimbing dalam penulisan tesis ini atas saran dan bantuan sehingga penulisan ini dapat diselesaikan.

Prof. Dr. Tulus, M.Si selaku pembimbing atas saran dan bantuannya untuk kesempurnaan penulisan tesis ini.

Prof. Dr. Herman Mawengkang selaku ketua Program Studi Magister Matematika FMIPA Universitas Sumatera Utara dan juga sebagai pembanding pada penulisan tesis ini atas saran dan bantuannya untuk kesempurnaan penulisan tesis ini.

Dr. Yulita Molliq, M.Sc selaku pembanding atas saran dan bantuannya untuk kesempurnaan penulisan tesis ini.

Seluruh Staf Pengajar pada Program Studi Magister Matematika FMIPA Universitas Sumatera Utara yang telah banyak memberikan ilmu pengetahuan selama masa perkuliahan.

Ibu Misiani, S.Si selaku Staf Administrasi Program Studi Magister Matematika FMIPA Universitas Sumatera Utara yang telah memberikan pelayanan yang baik kepada penulis selama mengikuti perkuliahan.

Seluruh sahabat serta rekan-rekan seperjuangan mahasiswa angkatan 2010 genap atas kebersamaan dan bantuan dalam mengatasi masalah selama perkuliahan berlangsung.

Ucapan terima kasih yang tak terhingga dan penghargaan setinggi-tingginya penulis ucapkan kepada ayah **Johan Chandra** dan Istri tercinta **Mardiah** yang telah mencurahkan kasih sayang dan dukungan kepada penulis. Terima kasih juga kepada adik dan kakak penulis tersayang **Safina, S.Pd, RFP-i(Kakak), Lettu, dr. Sibin Chandra(Abang), dr. Fipi Susanti(Adik)** dan buat seluruh keluarga yang telah membantu, memberikan semangat dan dorongan kepada penulis hingga penulisan tesis ini selesai.

Terima kasih juga kepada sahabat dan rekan-rekan lainnya yang tidak dapat disebutkan satu persatu, yang telah membantu dan memberikan semangat untuk penulis hingga tesis ini selesai. Akhir kata penulis menyadari bahwa tesis ini masih jauh dari sempurna. Untuk itu penulis mengharapkan kritik dan saran untuk penyempurnaan tesis ini. Semoga tesis ini dapat bermanfaat bagi pembaca dan pihak-pihak lainnya yang memerlukannya.

Medan, 17 Desember 2012

Penulis,

Hindra

RIWAYAT HIDUP

Hindra lahir di Medan tahun 1985, anak ke-3 dari empat bersaudara, ayah Johan Chandra dan ibu Mardiah. Menamatkan sekolah Menengah atas (SMA) di Methodist Tanjung Morawa 2003, Tahun 2004 kuliah di jurusan matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sumatera Utara (USU) Medan, memperoleh gelar Sarjana Matematika tahun 2008. Tahun 2010 melanjutkan study pendidikan dan tahun 2011 memperoleh gelar sarjana pendidikan matematika di STIE RIAMA Medan, tahun 2009 menjadi staf pengajar di SMA WR.Supratman 2 dan di Bimbingan Belajar Advanced hingga sekarang. Tahun 2010 mengikuti pendidikan Program Study Magister Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sumatera Utara, Medan.

DAFTAR ISI

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pengambilan keputusan menghendaki sejumlah sasaran dan tujuan, sejumlah alternatif tindakan, resiko atau perolehan dari tiap alternatif yang berlainan dan kriteria pemilihan yang dapat memperlihatkan tindakan yang terbaik. Karena kita hidup dalam dunia yang penuh dengan keterbatasan dan dengan sumber-sumber yang langka, maka tiap orang dalam memainkan peranan yang beraneka ragam dalam hidup ini baik sendiri maupun bersama-sama, harus bertindak dan mengambil keputusan yang diperlukan untuk memenuhi keinginan dan kebutuhannya.

Dalam membuat keputusan sering dihadapkan kepada suatu ketidakpastian. Hal ini disebabkan karena perilaku sistem selalu berubah terhadap waktu. Untuk menjawab permasalahan tersebut, penulis mencoba untuk membuat sebuah model perkiraan dengan tujuan untuk mendapatkan sebuah kebijakan yang merupakan suatu aturan untuk membuat keputusan tiap periode waktu. Sistem berkembang sepanjang waktu, sangat banyak masalah keputusan dapat dimodelkan ke dalam bentuk program linier. Tetapi dalam tulisan ini penulis membuat suatu model dan penyelesaian dengan menggunakan metode-metode yang ada, salah satunya adalah masalah program linier stokastik(Kall et.al, 1994). Dalam semua masalah yang terjadi pada saat ini, khususnya masalah perencanaan dan ketidakpastian berperan penting. Rencana yang optimal tidak dapat dibuat dengan cara deterministik, karena tidak diketahui dengan pasti masalah di masa depan.

Program stokastik sebagai parameter acak, yang dapat ditulis (Kall et.al, 1994):

$$\begin{aligned} \text{Minimize}: & \\ & g_0(x,\zeta) \\ \text{Subjectto}: & \\ & g_i(x,\zeta) \leq 0, i = 1,\ldots,m \\ & x \in X \subset R^n. \end{aligned}$$

Dalam tulisan ini, penyelesaian dari program linier stokastik di selesaikan dengan metode-metode yang telah diterapkan dan mempertimbangkan tidak hanya strategi terbaik untuk setiap penyelesaian yang mungkin, tetapi juga diberikan review singkat dari metode yang ada, disajikan juga model pemograman linier stokastik dan dikemukakan juga sifat-sifatnya serta penyelesaiannya.

1.2 Perumusan Masalah

Dalam tulisan ini yang menjadi masalah adalah: Bagaimana cara menyelesaikan program linier stokastik dengan Markov chain dengan metode-metode yang ada.

1.3 Tujuan Penelitian

Yang menjadi tujuan dalam penelitian ini adalah untuk menyelesaikan program linier stokastik dengan Markov chain dengan metode-metode yang ada.

1.4 Manfaat Penelitian

Selain untuk memperkaya literature dalam program linier stokastik, penelitian ini juga bermanfaat bagi peneliti lain yang ingin meneliti masalah program linier stokastik yang menggunakan konsep yang sama.

1.5 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan adalah study literature atau penelitian terhadap buku-buku, literature dan konsep-konsep yang berhubungan dengan masalah yang dibahas. Penelitian literaturnya adalah sebagai berikut:

1. Menguraikan tentang program stokastik, program stokastik dua tahap dan analisisnya, program stokastik tahap ganda, pengertian pembentukan pohon skenario.
2. Menguraikan metode-metode dalam penyelesaian program linier stokastik dengan Markov chain, curse dimensi, dan pemograman stokastik multitahap.
3. Membuat suatu model program linier stokastik dan penyelesaiannya dengan Markov chain dengan metode-metode yang ada.

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Elemen Model Keputusan Umum

Dalam pendekatan pemrograman stokastik, penulis menggunakan suatu hal yang baru untuk mendapatkan hasil yang mungkin, dengan pemberian bobot hasil dan mengoptimalkan beberapa ukuran peristiwa dengan memperhitungkan semua hasil yang mungkin. Dalam konteks ini, bobot diartikan sebagai probabilitas untuk mengukur suatu peristiwa, dan menggabungkan semua peristiwa yang terjadi.

Pada dasarnya, probabilitas mengarah pada suatu pengamatan dari pengambil keputusan tentang kemungkinan peristiwa di masa depan, baik itu dari data nyata atau dari data sebelumnya atas dasar pengamatan. Secara teknis, optimisasi merupakan proses keputusan peristiwa masa depan yang lebih cocok dalam skala besar. Peristiwa masa depan digambarkan tidak dipengaruh oleh peristiwa sebelumnya. Penggambaran model keputusan tersebut, didefinisikan sebagai berikut:

1. Sebuah variabel acak berurutan $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_T$ dengan T jangka waktu terbatas didefinisikan dalam ruang probabilitas$(\Omega, \mathcal{B}, P)$ untuk definisi yang pasti dari ruang probabilitas (Billingsley, 1995). Dengan mengingat bahwa variabel bernilai real acak ξ_T, ditafsirkan dalam konteks definisi ruang probabilitas, sebagai pemetaan $\mathcal{B}$-terukur dari Ω ke R dengan nilai $\xi_t(\omega)$, probabilitas $\xi_t \leq v$, ditulis $P\{\xi_t \leq v\}$, adalah ukuran yang berada dibawah P dari himpunan $\{\omega \in \Omega : \xi_t(\omega) \leq v\} \in \mathcal{B}$. Dapat ditulis $P(\xi_t \leq v)$ untuk $P(\xi_t \leq v)$, dengan P bilangan real. Jika $\xi_1, \ldots, \xi_T$ dengan T jangka waktu

terbatas pada variabel acak yang bernilai real, fungsi $(v_1, ..., v_T)$ dengan nilai $P\{\xi_1 \leq v_1, ..., \xi_T \leq v_T\}$ adalah fungsi distribusi gabungan dari $\xi_1, ..., \xi_T$. Himpunan terkecil di R^T sedemikian hingga $P\{(\xi_1, ..., \xi_T) \in E\} = 1$ adalah himpunan dari $P(\xi_1, ..., \xi_T)$, disebut himpunan dari distribusi gabungan. nilai vektor variabel acak fungsi distribusi gabungan dapat didefinisikan oleh variabel acak ke dalam komponen skalar tersebut. Lebih sederhana, dapat diketahui bahwa variabel acak memiliki variabel gabungan (dengan ukuran Lebesgue untuk variabel acak kontinu, atau dengan menghitung ukuran variabel acak diskrit), ditulis $P(\xi_1, ..., \xi_T)$, atau $P(\xi_1, ..., \xi_T)$ sedemikian hingga jika P memiliki ukuran yang tepat, maka terdapat probabilitas yang sesuai dengan ukuran tersebut. Variabel acak mewakili ketidakpastian dalam masalah keputusan, dan hasil yang mungkin (diwakili oleh himpunan P terukur) adalah kemungkinan pengamatan dari pengambil keputusan. Peluang P berfungsi untuk mengukur kelayakan sebelumnya tentang ketidakpastian. Terdapat batasan pada struktur dari variabel acak, khususnya pada variabel acak yang bergantung pada kemungkinan. Ketika realisasi $\xi_1, ..., \xi_{T-1}$ diketahui, ketidakpastian diganti oleh variabel acak $\xi_t, ..., \xi_T$, distribusi yang pada saat ini dikondisikan pada realisasi $\xi_1, ..., \xi_{T-1}$. Sebagai contoh, evolusi dari harga sumber daya selama jangka waktu yang terbatas T dapat direpresentasikan dalam model diskrit, dengan proses acak $\xi_1, ..., \xi_T$ melalui dinamika proses yang disimpulkan dari data historis.

2. Sebuah keputusan berurutan $u_1, u_2, ..., u_T$ terdefinisi sebagai proses pengambilan keputusan untuk beberapa masalah. Beberapa model juga menggunakan keputusan u_{T+1}. Dengan mengasumsikan u_t adalah nilai dalam R^m ruang Euclidian (ruang berdimensi m, sesuai dengan jumlah keputusan skalar, yang bervariasi dan berindeks t). Dapat ditulis, u_t sebagai keputusan dapat mewakili jumlah sumber daya yang dibeli pada waktu t.

Tabel 1 Tahap keputusan, pengaturan urutan pengamatan dan keputusan

Tahap	Informasi Ketersediaan Keputusan			Keputusan
	Sebelum Keputusan	Hasil Pengamatan	Sisa Ketidakpastian	
1	none	none	$\mathrm{P}(\xi_1, \ldots, \xi_T)$	u_1
2	u_1	ξ_1	$\mathrm{P}(\xi_2, \ldots, \xi_T \vert \xi_1)$	u_2
3	u_1, u_2	ξ_1, ξ_2	$\mathrm{P}(\xi_3, \ldots, \xi_T \vert \xi_1, \xi_2)$	u_3
$\vdots$				$\vdots$
T	$u_1, \ldots, u_{T-1}$	$\xi_1, \ldots, \xi_{T-1}$	$\mathrm{P}(\xi_T \vert \xi_1, \ldots, \xi_{T-1})$	u_T
Optional: T+1	$u_1, \ldots, u_T$	$\xi_1, \ldots, \xi_T$	none	(u_{T+1})

3. Sebuah konvensi menyebutkan ketika keputusan harus benar-benar diambil dan direalisasikan, maka variabel acak dapat didefinisikan. Ini berarti bahwa jika ξ_{t-1} diamati sebelum mengambil keputusan u_t, maka u_t dapat dipasangkan dengan realisasi ξ_{t-1}. Dengan tujuan, dapat diidentifikasikan pada tahap keputusan (lihat tabel 1). Pada tabel sebelumnya dapat ditulis sebagai berikut:
   Pada tahap keputusan $t > 1$, keputusan $u_1, ..., u_{t-1}$ sudah dilaksanakan (tidak ada modifikasi yang mungkin), realisasi dari variabel acak $\xi_1, ..., \xi_{T-1}$ diketahui, realisasi dari variabel acak $\xi_t, ..., \xi_T$ masih belum diketahui, tetapi banyaknya $P(\xi_t, ..., \xi_T | \xi_1, ..., \xi_{t-1})$ dikondisikan pada nilai realisasi $\xi_1, ..., \xi_{t-1}$, dan keputusan saat ini dapat diambil dengan kepastian nilai u_t. Kelayakan dari u_t untuk pengamatan sebelumnya $\xi_1, ..., \xi_{t-1}$, selalu akan dilakukan secara deterministik, dalam arti bahwa u_t ditentukan oleh nilai $(\xi_1, ..., \xi_{t-1})$. Sebuah keputusan dalam masalah tertentu memiliki lebih dari dua tahap keputusan, karena adanya realisasi variabel acak yang tidak didefinisikan secara bersamaan. Pilihan keputusan yang diambil dari pengamatan yang

berurutan harus mempertimbangkan beberapa ketidakpastian pada pengamatan masa depan. Jika realisasi variabel acak telah diketahui sebelum mengambil keputusan, maka variabel acak yang sesuai harus digabung menjadi vektor acak tunggal, jika beberapa keputusan diambil tanpa perantara pengamatan, maka keputusan yang sesuai harus digabungkan menjadi satu vektor Keputusan. Ini berarti permasalahan mengenai periode waktu menjadi dua tahap dalam program stokastik, yang melibatkan dua vektor keputusan besar u_1 (tahap-pertama keputusan, konstan), u_2 (keputusan, disesuaikan dengan pengamatan ξ_1). Dalam hal ini keputusan dalam pemograman stokastik demikian dapat benar-benar sesuai dengan beberapa tindakan yang dilaksanakan selama jumlah periode waktu tertentu yang diskrit.

4. Urutan kelayakan himpunan $U_1, ..., U_t$ menggambarkan keputusan $u_1, ..., u_t$ ketika $u_t \in U_t$, dapat dikatakan u_t memenuhi kelayakan. Kelayakan himpunan $U_2, ..., U_t$ bersifat deterministik, dalam hal ini pengamatan yang tersebut dipengaruhi keputusan sebelumnya. Dengan demikian pada tabel 1, U_t mungkin tergantung pada $\xi_1, u_1, \xi_2, u_2, ..., \xi_{t-1}, u_{t-1}$ secara deterministik perhatikan bahwa keputusan sebelumnya ditentukan oleh pengamatan sebelumnya. Peran penting dari himpunan kelayakan adalah bagaimana model keputusan dipengaruhi oleh keputusan sebelumnya dan peristiwa sebelumnya. Secara khusus, situasi yang tidak mungkin dari keputusan (U_t kosong pada tahap t, yang berarti bahwa tidak ada keputusan yang layak $u_t \in U_t$ ada) dan diartikan sebagai situasi yang harus dihindari pada setiap biaya. Dengan asumsi bahwa pembuat perencanaan mengetahui nilai himpunan dari variabel acak $\xi_1, ..., \xi_{T-1}$ dan keputusan $u_1, .., u_{t-1}$ adalah keputusan yang layak. Dalam hal ini diasumsikan bahwa himpunan kelayakan sedemikian hingga merupakan urutan yang layak dari keputusan $u_1 \in U_1, ..., u_t \in U_T$ ada untuk semua realisasi gabungan yang mungkin dari

$\xi_1, ..., \xi_T$. Secara khusus, himpunan U_1 tidak kosong. Sebuah kelayakan himpunan dengan parameter U_t, dengan variabel himpunan bagian dari $\{\xi_1, ..., \xi_{T-1}\}$ tidak kosong untuk setiap realisasi gabungan kemungkinan variabel dari himpunan tersebut. Sebuah kelayakan himpunan U_t merupakan parameter dengan variabel himpunan bagian dari $\{u_1, ..., u_{t-1}\}$ harus implisit diperhitungkan dalam definisi himpunan kelayakan sebelumnya, untuk mencegah pengambil keputusan terhadap keputusan di beberapa tahap sebelumnya yang dapat menyebabkan keadaan t yang tidak mungkin dari keputusan yang ada (U_t kosong), untuk setiap gabungan himpunan bagian dari $\{\xi_1, ..., \xi_{T-1}\}$. Persyaratan ini implisit akan mempengaruhi definisi U_1. Sebagai contoh: menafsirkan $a \geq b$ untuk setiap vektor $a, b \in R^q$, untuk setiap a dengan $a_i \geq b_i, i = 1, ..., q$, diasumsikan bahwa $u_{t-1}, u_t \in R^m$, dan $U_t = \{u_t \in R^m : u_t \geq 0, A_{t-1}u_{t-1} + B_t u_t = h_t(\xi_{t-1})\}$ untuk $A_{t-1}, B_t \in R^{q \times m}$ matriks tetap, dan h_t fungsi affine dari ξ_{T-1} dengan nilai-nilai di R^q. Jika B_t adalah $\{B_t u_t : u_t \geq 0\} = R^q$, dengan arti bahwa untuk setiap $v \in R^q$, terdapat beberapa $u_t \geq 0$ dengan $B_t u_t = v$, maka hal ini benar khususnya untuk $v = h_t(\xi_{t-1}) - A_{t-1}u_{t-1}$, sehingga U_t tidak kosong.

5. Sebuah proses untuk menyederhanakan seluruh tujuan dari pembuat keputusan harus dapat dioptimalkan, diasumsikan bahwa pengambil keputusan mengetahui kendala. Dalam hal ini, kendala diukur sebagai nilai harapan dari fungsi f yang memberikan beberapa nilai skalar untuk setiap realisasi, dari $\xi_1, ..., \xi_T$ dan $U_1, ..., U_T$, dengan asumsi f adalah fungsi distribusi gabungan dari $\xi_1, ..., \xi_T$. Misalnya, orang bisa mengambil untuk jumlah fa dari skalar produk $\sum_{t-1}^{T} c_t \times u_t$, dimana c_1 adalah tetap dan di mana c_t tergantung pada $\xi_1, ..., \xi_{t-1}$. Fungsi f akan mewakili jumlah biaya sesaat selama perencanaan. Para pengambil keputusan akan diasumsikan untuk mengetahui vektor nilai pemetaan dari variabel acak $\xi_1, ..., \xi_{t-1}$ ke c_t vektor, untuk setiap t. Sebuah elemen dipertimbangkan dalam pilihan dari uku-

ran kinerja adalah dari optimasi yang dihasilkan dari masalah. Masalah perencanaan kemudian ditetapkan sebagai pemrograman masalah matematika dengan formula bergantung pada representasi tertentu dari proses acak $\xi_1, ..., \xi_T$ dengan tahap keputusan biasa disebut sebagai pohon skenario (Kall dan Mayer, 2000).

2.2 Analisis Markov

Analisis markov adalah suatu metode yang mempelajari sifat-sifat suatu variabel pada masa sekarang yang didasarkan pada sifat-sifatnya dimasa lalu dalam usaha menaksir sifat-sifat variabel yang sama dimasa yang akan datang. Sebuah proses stokastik $\{X_t\}$ dikatakan mempunyai sifat Markov jika $P(X_{t+1} = j|X_0 = k_0, X_1 = k_1, ..., X_{t-1} = k_{t-1}, X_t = i) = P(X_{t+1} = j|X_t = i)$, untuk setiap keadaan $i, j, k_0, k_1, ..., k_{t-1}$ dan $t = 0, 1, ..., n$. Ini dapat diartikan bahwa proses stokastik mempunyai sifat Markov jika peluang bersyarat dari kejadian yang akan datang $X_{t+1} = j$, jika diberikan kejadian yang telah lalu dan sekarang $X_t = i$, tidak tergantung pada keadaan sekarang dari sebuah proses. Peluang bersyarat $\mathrm{P}(X_{t+1} = j|X_t = i)$ disebut Peluang Peralihan. Peluang peralihan stasioner adalah peluang peralihan yang tidak berubah terhadap waktu (tidak tergantung parameter t). Sehingga berlaku $\mathrm{P}(X_{t+n} = j|X_t = i) = \mathrm{P}(X_n = j|X_0 = i)$ untuk $t = 0, 1, ..., n$. Peluang peralihan n langkah adalah peluang bersyarat dengan variabel acak X dimulai dari keadaan i hingga keadaan j setelah n langkah untuk $n = 0$ maka $P(X_0 = j|X_0 = i)P_{ij}^0$.

$$P_{ij}^0 = \begin{cases} 1 & \text{untuk } i = j \\ 0 & \text{untuk } i \neq j \end{cases} \tag{2.1}$$

Karena P_{ij}^n adalah peluang bersyarat maka haruslah: $P_{ij}^n \geq 0$ untuk semua i, j dan $n =$ 0,1,..., dan karena proses membuat peralihan ke dalam beberapa keadaan, maka:

$$\sum_{j=1}^{m} P_{ij}^{n} = 1, \tag{2.2}$$

untuk semua i dan $j = 0, 1, ..., n$.

Anggapan stasioner bahwa berbagai keputusan hasil pengembalian yang diperoleh dalam keadaan yang berkaitan dengan proses keputusan adalah sama dalam tiap periode (Ching dan Ng, 2006), yang menyatakan bahwa persamaan Chapman-Kolomogorov:

$$P_{ij}^{(n+m)} \sum_{k=0}^{\infty} P_{ik}^{n} P_{kj}^{m} = 1, \tag{2.3}$$

untuk semua i dan $j = 0, 1, ..., n$,

adalah suatu metode untuk menghitung peluang peralihan n-langkah yang berguna ketika proses berada dalam keadaan i dan akan menjadi keadaan j setelah n periode yang diinginkan. Peluang-peluang peralihan yang dihubungkan dengan keadaan memainkan peranan penting dalam Markov chain, sehingga diperoleh sifat-sifat relasi komunikasi sebagai berikut:

1. Sifat Refleksif

   Setiap keadaan berkomunikasi dengan keadaan itu sendiri, diberikan: ($P_{ik}^{n} = P(X_0 = i|X_0 = i) = 1$), P_{ik}^{n} adalah peluang Markov.

2. Sifat Simetris

   Jika keadaan i berkomunikasi dengan keadaan j, maka keadaan j berkomunikasi dengan keadaan i.

3. Sifat Transitif

   Jika keadaan i berkomunikasi dengan keadaan j dan keadaan j berkomunikasi dengan keadaan k, maka keadaan i berkomunikasi dengan keadaan k.

Satu hal yang penting dalam sifat jangka panjang Markov chain adalah jika matrik peluang peralihan n-langkah P_{jt}^{n} dan n menuju tak hingga dengan P_{ij}^{n}, maka matrik peluang peralihan tersebut akan memiliki baris dengan elemen-elemen yang identik, artinya sistem berada dalam keadaan j setelah sejumlah besar peralihan dan peluang ini tidak bergantung dari keadaan awal i (Chan dan Ching, 2005).