# ALGORITMA HEURISTIK UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH LINTASAN TERPENDEK STOKASTIK

TESIS

Oleh

ZAINAL AZIS

067021011/MT

SEKOLAH PASCASARJANA
UNIVERSITAS SUMATERA UTARA
MEDAN
2008

# ALGORITMA HEURISTIK UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH LINTASAN TERPENDEK STOKASTIK

**T E S I S**

Untuk Memperoleh Gelar Magister Sains dalam
Program Studi Magister Matematika pada Sekolah Pascasarjana
Universitas Sumatera Utara

Oleh
ZAINAL AZIS
067021011/MT

SEKOLAH PASCASARJANA
UNIVERSITAS SUMATERA UTARA
MEDAN
2008

| | |
|---|---|
| Judul Tesis | : ALGORITMA HEURISTIK UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH LINTASAN TERPENDEK STOKASTIK |
| Nama Mahasiswa | : Zainal Azis |
| Nomor Pokok | : 067021011 |
| Program Studi | : Matematika |

Menyetujui,
Komisi Pembimbing

(Dr. Saib Suwilo, M.Sc)
Ketua

(Drs. Opim Salim S., M.Ikom. PhD)
Anggota

Ketua Program Studi

(Prof. Dr. Herman Mawengkang)

Direktur

(Prof. Dr. Ir. T. Chairun Nisa B., M.Sc)

Tanggal lulus: 15 Juli 2008

Telah diuji pada
Tanggal 15 Juli 2008

PANITIA PENGUJI TESIS

| | | |
|---|---|---|
| Ketua | : | Dr. Saib Suwilo, M.Sc |
| Anggota | : | Drs. Opim Salim S., M.Ikom. PhD |
| | | Prof. Dr. Herman Mawengkang |
| | | Drs. Marwan Harahap, M.Eng |

## ABSTRAK

Dalam tesis ini dibahas masalah lintasan terpendek melalui panjang busur stokastik. Berdasarkan kriteria keputusan yang berbeda dibahas konsep atau model-model dari *expected shostest path*, $\alpha$ *shostest path*, dan *most shostest path*. Model nilai harapan (*expected value model*) program batas kemungkinan (*chance constrained programming*) dan program kemungkinan dependen (*dependent chance programming*), dapat diselesaikan dengan menggunakan algoritma hybrid serta simulasi stokastik dan algoritma genetik.

Kata Kunci: Algoritma Heuristik, Lintasan Terpendek, Stokastik

## ABSTRACT

In this thesis, we study the shortest path problem with stochastic arc length. According to different decision criteria, propoced the concepts of expected shortest path, $\alpha$ shortest path and the most shortest path, and present three new types of models: expected value model, chance-constrained programming and dependent chance programming. In order to solve these models, a hybrid intelligent algorithm integrating stochastic simulation and genetic algorithm.


Keyword: Heuristic Algorith, Shortest Path, Stochastic

## KATA PENGANTAR

Pertama penulis panjatkan syukur kehadirat Allah yang Maha Pengasih Lagi Penyayang atas segala Rahmat dan karunia-Nya yang telah diberikan kepada penulis, sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis ini tepat pada waktunya. Tesis ini berjudul "Algoritma Heuristik untuk menyelesaikan masalah lintasan terpendek stokastik". Tesis ini merupakan persyaratan tugas akhir pada Program Studi Matematika SPs Universitas Sumatera Utara.

Pada kesempatan yang baik ini, penulis menyampaikan ucapan terimakasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya kepada :

Prof. dr. Chairuddin P. Lubis, DTM&H, Sp.Ak selaku Rektor Universitas Sumatera Utara.

Prof. Dr. Ir. T. Chairun Nisa B., M.Sc selaku Direktur Sekolah Prascasarjana yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk mengikuti Program Studi Magister Matematika di Sekolah Pascasarjana Universitas Sumatera Utara Medan.

Prof. Dr. Herman Mawengkang selaku ketua Program Studi Magister Matematika SPs Universitas Sumatera Utara, yang telah banyak membantu dalam penulisan tesis ini.

Dr. Saib Suwilo, M.Sc selaku sekretaris Program Studi Magister Matematika SPs Universitas Sumatera Utara dan juga sebagai ketua komisi pembimbing yang telah banyak membantu dalam penulisan tesis ini.

Drs. Opim Salim Sitompul, M.Ikom, PhD sebagai anggota pembimbing yang telah banyak membantu dalam penulisan tesis ini.

Seluruh Staf Pengajar pada Program Studi Magister Matematika SPs Universitas Sumatera Utara, yang telah memberikan ilmunya selama masa perkuliahan.

Seluruh rekan-rekan mahasiswa angkatan ke-lima tahun 2006/2007 program studi Magister Matematika SPs Universitas Sumatera Utara atas kerjasama dan kebersamaan dalam mengatasi berbagai masalah yang dihadapi selama perkuliahan, sehingga tugas-tugas bersana dapat diselesaikan dengan baik, **Misiani, S.Si** selaku staf Administrasi program studi Magister Matematika SPs Universitas Sumatera Utara yang telah memberikan pelayanan yang baik kepada penulis.

Secara khusus penulis menyampaikan rasa terima kasih kepada istri tercinta **Nurmadiah Lubis** dan anak tersayang **Fahrurrozi Syahputra** dan **Salsabila Nadifah**, serta seluruh keluarga berkat dorongan dan perhatiannya yang disertai dengan doanya, penulis dapat menyelesaikan pendidikan ini.

Semoga tesis ini dapat bermanfaat bagi pembaca, dan pihak-pihak lain yang memerlukannya. Tentunya sebagai manusia tidak pernah luput dari kekurangan sehingga tulisan ini jauh dari sempurna.

Medan, Juli 2008

Penulis,

**Zainal Azis**

## RIWAYAT HIDUP

Zainal Azis dilahirkan di Medan pada tanggal 13 Desember 1963 dan merupakan anak ke 1 dari 8 bersaudara dari Ayah Zainal Abidin (Alm) dan Ibu Zubaidah. Menamatkan Sekolah Dasar (SD) Negeri 16 di Medan pada tahun 1976, Sekolah Menengah Pertama (SMP) Hang Kesturi di Medan pada tahun 1980 dan Sekolah Menengah Atas (SMA) Negeri 5 di Medan Jurusan Fisika pada tahun 1983. Tahun 1984 memasuki Perguruan Tinggi Negeri Universitas Syaih Kuala Banda Aceh FKIP jurusan Pendidikan Matematika dan memperoleh gelar sarjana pada tahun 1990. Tahun 1994 mengikuti pendidikan program studi Magister Manajemen selesai tahun 1996. Tahun 1998 menikah dengan Nurmadiah Lubis. Tahun 2006 mengikuti pendidikan Program Studi Magister Matematika di Sekolah Pascasarjana Universitas Sumatera Utara.

# DAFTAR ISI

Halaman

# BAB 1

# PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang

Masalah-masalah lintasan terpendek yang selalu dibahas pada umumnya persoalan-persoalan lintasan terpendek berupa persoalan-persoalan yang deterministik, misalnya pada masalah transpotasi. Permasalahan klasik lintasan terpendek dengan panjang arc tertentu telah banyak dibahas dan beberapa algoritma yang efisien yang telah dikemukakan antara lain oleh Belman (1958), Dijkstra (1959) dan Dreyfus (1959), algoritma ini dinyatakan sebagai algoritma lintasan terpendek baku.

Pada kenyataan dilapangan selalu dijumpai persoalan-persoalan yang mengandung ketidakpastian, misalnya fluktuasi biaya, cuaca dan kondisi lalu lintas. Masalah-masalah ini sulit diselesaikan dengan menggunakan lintasan terpendek, seperti yang diungkapkan oleh Frank (1969) yang meneliti tentang distribusi probabilitas dari panjang lintasan terpendek dengan panjang arc yang merupakan variabel acak. Loui (1983) meninjau perbedaan tipe dari fungsi biaya sebagai variasi permasalahan lintas terpendek stokastik.

Lintasan terpendek stokastik menyamaratakan setiap vertek harus dipilih dari suatu distribusi probabilitas pada vertek pengganti, karena pemilihan distribusi ditentukan oleh vertek asal maka lintasan yang dijalani sama dengan edge yang minimum. Analisis lintasan terpendek stokastik menggunakan teori umum dari masalah keputusan Markovian. Teori ini berlaku saat harga busur lintasan terpendek yang memberikan *edge* yang bisa negatif. Suatu lintasan terpendek stokastik menyamaratakan hasil yang diperoleh dari deterministiknya dan tidak dapat menjadi inferred dari teori keputusan Markovian.

Lintasan terpendek yang digunakan untuk persoalan-persoalan yang statis didefinisikan sebagai berikut. Suatu graf berasal tanpa *cycle* $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{A}\}$ adalah suatu objek yang terdiri atas himpunan berhingga dari titik-titik $\mathcal{V} = \{1, 2, \cdots, n\}$ dan himpunan *arc* $\mathcal{A}$. Suatu *arc*, dinotasikan dengan sebuah pasangan terurut $(i, j)$ dengan $(i, j) \in \mathcal{A}$ adalah suatu *arc* berarah dari $i$ ke $j$. Selain itu, titik-titik pada suatu lintasan berarah tanpa *cycle* $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{A}\}$ dan dapat dilebeli sehingga $i < j$ untuk semua $(i, j) \in \mathcal{A}$.

Suatu *path* dapat diwakili oleh bentuk berikut :

$$x = \{x_{ij} | (i, j) \in \mathcal{A}\},$$

jika $x_{ij} = 1$ artinya terdapat *arc* $(i, j)$ pada *path* dan jika $x_{ij} = 0$ artinya tidak terdapat $arc(i, j)$ pada *path*. Jika $x = \{x_{ij} | (i, j) \in \mathcal{A}\}$ adalah suatu *path* dari titik 1 ke $n$ pada suatu *graph* terhubung tanpa *cycle* jika dan hanya jika:

minimumkan $\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$

kendala $$\sum_{(i,j)\in\mathcal{A}} x_{ij} - \sum_{(j,i)\in\mathcal{A}} x_{ij} = \begin{cases} 1, & i = 1 \\ 0, & 2 \le i \le n-1 \\ -1, & i = n \end{cases}$$

$x_{ij} = 0$ atau 1 untuk setiap $(i, j) \in \mathcal{A}$. Andaikan $\xi_{ij}$ adalah panjang dari $arc(i, j) \in \mathcal{A}$. ditulis $\xi = \{\xi_{ij} | (i, j) \in \mathcal{A}\}$, maka panjang *path* $x$ adalah $T(x, \xi) = \sum_{(i,j)\in\mathcal{A}} \xi_{ij} x_{ij}$.

Definisi dari lintasan terpendek stokastik adalah misalkan suatu *graph* $G = (V, E)$, dengan $|V| = n$ vertex dan $|E| = m$ *edge*. Diberikan sumber $S$ dan tujuan

$T$. Setiap *edge* $i$ mempunyai panjang variabel acak bebas (waktu tempuh) $X_i$. Dimana $i$ adalah tenggang waktu dalam $t$, dan akan menentukan jarak *path*-ST yang memaksimalkan probabilitas bahwa akan dicapai tujuan dalam $t$. Dengan demikian akan diselesaikan $\max_{\pi} \Pr\left(\sum_{i\in\pi} X_i \leq t\right)$ untuk path $\pi$ antara sumber dan tujuan. Pada bagian-bagian berikut, akan diperlihatkan bahwa asumsi-asumsi distribusi yang berbeda untuk panjang *edge* menimbulkan kompleksitas masalah dan menghasilkan algoritma dengan sifat yang sangat berbeda.

Sedangkan persoalan-persoalan lintasan terpendek stokastik, dengan model-model yang digunakan adalah sebagai berikut :

1. *Expected shortest path*
2. *The most shortest path*
3. $\alpha$ *shortest path*

metode-metode analitik dalam persoalan-persoalan lintasan terpendek stokastik masih sulit diselesaikan, maka untuk menyelesaikan persoalan-persoalan tersebut digunakan metode heuristik.

Untuk mempertimbangkan masalah deterministik dari suatu masalah *Stochastic Shortest Path* (SSP) didefinisikan sebagai hasil lintasan terpendek dari ketidakpastian yang merupakan pengembangan dari deterministik.
Masalah *Stochastic Shortest Path* (SSP) yang berkaitan dengan persamaan Bellman :

$$\tilde{J}(t) = 0$$

$$\tilde{J}(i) = \min_{u\in U(i)} g(i,u) + \min\{\tilde{J}(j) : p(i,u,j) > 0\}$$

Hasil $\tilde{J}$ digunakan untuk mendefinisikan heuristik dengan :

$$h(x) = \min_{u \in U(x)} g(x,u) + \sum_{i=1}^{n} p(x,u,i)\tilde{J}(i)$$

## 1.2 Perumusan Masalah

Dalam struktur *graph* ketidakpastian, fungsi sasaran (tujuan) masih sulit dioptimalkan. Pemecahan secara efisien dengan menggunakan metode algoritma hybrid yang merupakan gabungan simulasi dan algoritma genetik.

## 1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menyelesaikan masalah lintasan terpendek stokastik dengan menggunakan algoritma heuristik.

## 1.4 Kontribusi Penelitian

Kontribusi penelitian adalah diperolehnya suatu metoda untuk menyelesaikan persoalan masalah lintasan terpendek yang berkaitan dengan stokastik.

## 1.5 Metodologi Penelitian

Pertama-tama dibahas tentang stokastik *shortest path* untuk memperoleh model yang akan diselesaikan. Selanjutkan ditentukan bentuk program stokastik dari stokastik *shortest path*, kemudian dirancang suatu algoritma untuk menyelesaikan program stokastik yang diperoleh serta dibuat algoritma hybrid yang merupakan gabungan dari simulasi dan algoritma genetik.

# BAB 2

# TINJAUAN PUSTAKA

## 2.1 Beberapa Metode Penyelesaian *Stochastic Shortest Path* dari Literatur

Kriteria paling umum untuk menentukan jalur optimal adalah yang dapat memaksimalkan nilai yang diinginkan dari sebuah fungsi tambahan. Kriteria ini dihasilkan dari rumusan yang dihasilkan dimana evaluasi harus dibuat dibawah ketidakpastian.

### 2.1.1 Menyelesaikan masalah *Stochastic Shortest Path* dengan *Real-time Dinamic Programming* (RTDP)

Proses kemutusan Markov (PKM) didefinisikan sebagai :

1. Ruang sampel berhingga $S = \{1, 2, \cdots, n\}$
2. Kontrol berhingga $U(i)$ untuk $i \in S$
3. Probabilitas transisi $p(i, u, j)$ untuk semua $u \in U(i)$ yang sama dengan probabilitas pernyataan berikut dimana $j$ setelah menerapkan kontrol $u$ dalam satuan $i$
4. Biaya $g(i, u)$ diasosiasikan dengan $u \in U(i)$ dan $i \in S$ (Bonet dan Geffner, 2000)

Bonet dan Geffner (2000) menggunakan *Real-time Dinamic Programming* (RTDP) untuk menyelesaikan *Stochastic Shortest Path* (SSP). Pada kasus mereka, masalah jalur pendek stokastik merupakan masalah Proses kemutusan Markov (PKM) yang memiliki ruang sample $S = (1, \cdots, n, t)$ dimana $t$ merupakan target yang memenuhi $p(t, u, t) = 1$ dan $g(t, u) = 0$ untuk semua $u \in U(t)$ dan faktor pemotongan $\alpha = 1$. Pada kasus ini, polis keberadaan optimal adalah masalah matematika utama.

*Real-time Dinamic Programming* (RTDP) adalah algoritma untuk menemukan jalur terpendek. Namun, *Real-time Dinamic Programming* (RTDP) merupakan algoritma probabilitas yang hanya terpusat secara sintik. Meskipun ada hasil-hasil eksperimn yang menunjukkan bahwa *Real-time Dinamic Programming* (RTDP) terpusat lebih cepat daripada algoritma lain, *Real-time Dinamic Programming* (RTDP) tak dapat digunakan sebagai algoritma *affline*. *Real-time Dinamic Programming* (RTDP) adalah algoritma probabilitas yang mengolah sebagian kebijakan optimal dengan pengujian yang berulang-ulang pada ruang sampel. Setiap pengujian dimulai pada pernyataan awal 1 dan berakhir pada pernyataan akhir $t$. Pada semua $k$, algoritma *Real-time Dinamic Programming* (RTDP) menghasilkan tepat $J_k$ hingga $J^*$ yang seharusnya memilih control $U_k$ untuk diaplikasikan pada pernyataan $X_k$. Awalnya, $J_o$ adalah secara implisit disimpan sebagai fungsi heuristic $h(\cdot)$. Lalu, setiap control $U_k$ dipilih pada $X_k$, perkiraan baru $J_{k+1}$ diolah sebagai $J_{k+1}(x) = J_k(x)$ jika $x \neq x_k$, sehingga $J_{k+1}(x_k) = g(x_k, u_k) \sum_{i=1}^{n} p(xk, u_k, i) J_k(i)$.

### 2.1.2 Masalah-masalah *Stochastic Shortest Path* (SSP) dengan Fungsi Tambahan Linear *Piecewise* Cekung

Menurut Ishwar Murthy dan Sumit Sarkar (1996) menyelesaikan sebuah masalah *Stochastic Shortest Path* (SSP) dimana panjang merupakan variabel acak independen yang berdistribusi normal. Pada masalah ini, jalur yang optimal adalah jalur yang memaksimalkan utilitas yang diharapkan, dimana fungsi utilitas tersebut merupakan piecewise-linier cekung. Fungsi utilitas seperti itu dapat digunakan untuk memperkirakan fungsi utilitas non linear yang menangkap prilaku resiko berlawanan. Prinsip kontribusi kerjanya adalah perkembangan algoritma eksak untuk memecahkan masalah yang berskala besar. Dua algoritma dikembangkan dan digabungkan menjadi satu pada prosedur pelabelan. Pengujian komputerisasi dilakukan untuk mengevaluasi kemampuan algoritma tersebut. Secara umum, kedua algoritma sangat efektif dalam memecahkan masalah-masalah besar dengan cepat. Kemampuan relative dari kedua algoritma bergantung pada kecekungan' pada fungsi utilitas *piecewice* linear cekung.

### 2.1.3 Distribusi Probabilitas *Shortest Path* pada Grafik Probabilitas

Frank (1969) juga mempertimbangakan masalah dalam menemukan distribusi probabilitas *Shortest Path* dalam bentuk grafik yang lintasannya dipenuhi dengan panjang *edge* yang acak, menguji konsekuensi dan asumsi yang bermacam-macam berkaitan dengan sifat alami.

## 2.2 Model-Model dalam *Stortest Path*

Pada kasus ini teori probabilitas digunakan untuk mengatasi keacakan dan banyak penelitian menggunakan masalah lintasan terpendek stokastik. Frank (1969) meneliti distribusi probabilitas dari panjang lintasan terpendek dengan panjang *arc* yang merupakan variabel acak. Loui (1983) menganggap perbedaan tipe dari fungsi biaya sebagai variasi permasalahan lintas terpendek stokastik.

Model-model yang digunakan untuk lintasan terpendek stokastik adalah :

1. Model *Expected Shortest Path*

   Suatu lintasan $x$ dikatakan *Expected Shortest Path* jika $E[T(x,\xi)] \leq E[T(x',\xi)]$ untuk semua $x$ dari 1 ke $n$ dalam $\mathcal{G}$ maka $E[T(x,n)]$ dikatakan *Expected Shortest Path.*

   Model *Expected Shortest Path* adalah sebagai berikut :

$$\begin{cases} \min E\left|\sum_{(i,j)\in\mathcal{A}} \xi_{ij}x_{ij}\right| \\ \text{kendala} \\ \sum_{(1,j)\in\mathcal{A}} x_{1j} - \sum_{(j,1)\in\mathcal{A}} x_{j1} = 1 \\ \sum_{(i,j)\in\mathcal{A}} x_{ij} - \sum_{(j,i)\in\mathcal{A}} x_{ji} = 0, 2 \leq i \leq n-1 \\ \sum_{(n,j)\in\mathcal{A}} x_{nj} - \sum_{(j,n)\in\mathcal{A}} x_{jn} = -1 \\ x_{ij} \in \{0,1\} \forall (i,j) \in \mathcal{A} \end{cases}$$

2. Model *The most Shortest Path*

   Suatu lintasan $x$ dikatakan *The most Shortest Path* jika $Pr\{T(x,\xi)\} \geq Pr\{T(x',\xi) \leq T_0\}$ untuk semua lintasan $x_0$ dari 1 ke $n$ dalam $\mathcal{G}$, dimana $T_0$ adalah waktu atau *predetermined cost.*

   Tipe program stokastik *Dependent-Chance Programming* (DCP) dalam *The most Shortest Path* adalah :

$$\begin{cases} \min E\left|\sum_{(i,j)\in\mathcal{A}} \xi_{ij}x_{ij} \leq T_0\right| \\ \text{kendala} \\ \sum_{(1,j)\in\mathcal{A}} x_{1j} - \sum_{(j,1)\in\mathcal{A}} x_{j1} = 1 \\ \sum_{(i,j)\in\mathcal{A}} x_{ij} - \sum_{(j,i)\in\mathcal{A}} x_{ji} = 0, 2 \leq i \leq n-1 \\ \sum_{(n,j)\in\mathcal{A}} x_{nj} - \sum_{(j,n)\in\mathcal{A}} x_{jn} = -1 \\ x_{ij} \in \{0,1\} \forall (i,j) \in \mathcal{A} \end{cases}$$

3. Model $\alpha$ *shortest path*

   Suatu lintasan $x$ dikatakan $\alpha$ *shortest path* dari 1 ke $n$ jika

   $\min \left\{ \bar{T} | Pr\{T(x,\xi) \leq \bar{T}\} \geq \alpha \right\} \leq \min \left\{ \bar{T} | Pr(x',\xi) \leq \bar{T}\}\} \geq \alpha \right\}$

   untuk semua $x'$ dari 1 ke $n$ maka $T(x,\xi)$ dikatakan model $\alpha$ *shortest path.*

   Dalam *chance-constrained programming* (CCP) adalah sebagaiberikut :

$$
\begin{cases}
\min \bar{T} \\
\text{kendala:} \\
\Pr\{\Sigma_{(i,j)\in A}\, \xi_{ij} x_{ij} \leqslant \bar{T}\} \geqslant \alpha \\
\Sigma_{(1,j)\in A}\, x_{1j} - \Sigma_{(j,1)\in A}\, x_{j1} = 1 \\
\Sigma_{(i,j)\in A}\, x_{ij} - \Sigma_{(j,i)\in A}\, x_{ji} = 0, \quad 2 \leqslant i \leqslant n-1 \\
\Sigma_{(n,j)\in A}\, x_{nj} - \Sigma_{(j,n)\in A}\, x_{jn} = -1 \\
x_{ij} \in \{0,1\}, \ \forall (i,j) \in A
\end{cases}
$$

Ada beberapa penelitian yang mengkaji optimisasi fungsi non-linier dari panjang *path* (acak). Diantaranya oleh Loui (1983) yang mencari *path* yang memaksimalkan perkiraan utilitas panjang path untuk sekelompok fungsi utilitas turun monoton. Fan et.al., (2005) mempresentasikan heuristik adaptif untuk *path* yang memaksimalkan probabilitas secara tepat waktu. Formulasi jenis ini dengan tujuan nonlinier, walaupun mungkin paling berguna tetapi dalam prakteknya sangat jarang digunakan, karena sumber-sumber kesulitan yang berbeda timbul dari banyak tingkatan: antara lain kombinatorial, distribusional, analitik, fungsional. Sebagai contoh misalnya, tanpa adanya keacakan, sifat kombinatorial dari masalah bisa sulit diaproksimasi untuk fungsi tujuan tertentu (misalnya, path terpanjang). Tanpa adanya struktur *graph*, fungsi tujuan itu sendiri bisa sulit dioptimasikan: dapat diselesaikan programming linier dengan efisien tetapi programming kuadratik atau non-konveks yang lebih umum.

Distribusi mungkin sulit ditangani, menghitung nilai fungsi distribusi kumulatif dari jumlah $n$ variabel acak dari Bernoulli adalah *NP-hard* karena bersesuaian dengan penghitungan penyelesaian *knapsack*. Menghitung ekspektasi $E[u(X)] = \int u(x)f(x)dx$ dari fungsi utilitas non-linier $u(\cdot)$ dari panjang *path* acak $X$ dengan fungsi kepadatan probabilitas $f(\cdot)$ bahkan mungkin mempunyai bentuk tertutup, dengan demikian menjadikan gagasan standar tentang kesulitan perhitungan tidak berlaku.

Dengan demikian, difokus pada model *path* terpendek stokastik bisa dengan efektif menjadi faktor kesulitan di atas dan sekaligus mempunyai solusi inovatif yang diambil dari berbagai bidang. Terinspirasi oleh formulasi masalah *knapsack* stokastik dan masalah klasik lainnya yang berubah menjadi stokastik, tujuannya adalah untuk memaksimalkan probabilitas bahwa panjang *path* tidak akan melampaui nilai ambang batas. Ini merupakan formulasi alami yang juga sangat praktis.

Selain dari kepraktisan masalah yang sudah merupakan sifat melekatnya, dapat juga menunjukkan bidang-bidang yang saling jalin-menjalin struktur teoritis seperti dalam *programming nonkonveks*, geometri *polutop path* dan optimisasi kombinatorial. Sebagai gambaran pendahuluan tentang beberapa pertanyaan terbuka, diberikan algoritma eksak $n^{\theta(\log n)}$ untuk model utama dengan panjang *edge* yang diambil dari distribusi normal. Tidak diketahui apakah ada algoritma eksak polinomial atau apakah masalah ini lengkap untuk kelas kompleksitas yang bersesuaian Log *NP*. Algoritma ini juga menunjukkan adanya hubungan yang tak terduga antara programming linier dan bidang optimisasi *nonkonveks* yang jauh lebih umum. Teknik yang ada diperluas untuk memperoleh rata-rata waktu-polinomial dan kompleksitas dimuluskan untuk algoritma superpolinomial. Ditekankan bahwa hasil dimuluskan ini lebih kuat dari pada hasil dimuluskan sebelumnya di mana hasil ini tidak mempengaruhi himpunan layak (*polytop path*), tetapi merupakan fungsi tujuan (bidang pada mana *polytop* diproyeksikan). Atau, dalam bentuk terminologi *path* terpendek stokastik, hanya mean dan variansi *edge* dan bukan *path* penyelesaian. Sebagai manfaat tambahan, ditunjukkan adanya hubungan antara masalah *path* terpendek stokastik dan masalah path terpendek parametrik, yang memberikan hasil rata-rata dan dimuluskan untuk masalah *path* terpendek parameterik. Hasil pembahasan juga bisa digeneralisir pada berbagai kelas masalah optimisasi non-konveks, yang dikenal sebagai minimisasi *quasikonkav rank*-rendah.

Definisi model untuk masalah path terpendek stokastik di mana panjang edge merupakan variabel acak bebas yang diambil dari distribusi yang diketahui. *Path* optimal memaksimalkan probabilitas bahwa panjang *path* tidak melampaui ambang batas tertentu (tenggat waktu). Tujuannya akan diketahui dalam prakteknya di mana ingin dimaksimalkan probabilitas sampai tepat waktu di suatu tempat tujuan. Sebagai usaha untuk menguraikan kompleksitas yang merupakan sifat melekat dalam tujuan ini dari kompleksitas distribusional dan analitik masalah, model pertama diambil *edge* dari distribusi normal. Ditunjukkan bahwa untuk berbagai rentang waktu masalah yang menghasilkan maksimisasi fungsi *quasi-konveks* atas *polytop path*. Karena bentuk khusus dari tujuan *quasi-konveks*, path optimal dicapai pada titik ekstrim dominan proyeksi (bayangan) *polytop path* pada bidang dua-dimensi. Dengan demikian, diberikan algoritma eksak untuk penentuan *path* optimal dengan berjalan sepanjang titik-titik ekstrim dominan bayangan. Kemudian ditetapkan ekuivalensi antara dominan bayangan dan bungkus biaya optimal masalah *path* terpendek parametrik. Akibatnya, ini membuktikan bahwa algoritma ini mempunyai waktu pengoperasian kasus paling buruk $n^{\theta(\log n)}$. Memberikan algoritma *pseudopolinomial* untuk rentang waktu lainnya.

Pada bagian berikut, diperluas teknik untuk membuktikan rata-rata linier dan kompleksitas dimuluskan dari bayangan *polytop path* dan selanjutnya waktu pengoperasian polinomial algoritma. Hasil-hasil ini juga mengisyaratkan batas rata-rata polinomial dan dimuluskan atas kompleksitas masalah path terpendek parametrik dan berlaku untuk kelompok masalah optimisasi *non-konveks* yang lebih luas dari pada tujuan path terpendek stokastik spesifik.

Terakhir diperluas model untuk distribusi selain dari distribusi normal. Untuk panjang *edge* yang berasal dari distribusi Poisson atau distribusi gamma dengan parameter kedua tetap, atau distribusi yang lebih umum yang bersifat aditif dan memenuhi dominasi stokastik, ditunjukkan bahwa masalah yang mudah direduksi menjadi masalah *path* terpendek deteministik. Untuk kasus variabel acak eksponensial dan variabel acak Bernoulli, diberikan skema aproksimasi polinomial dan *quasi-polinomial* yang masing-masing didasarkan pada diskretisasi ruang keadaan dari panjang *edge* acak.

# BAB 3

# LINTASAN TERPENDEK STOKASTIK

Sebagian besar literatur terkait tentang path terpendek stokastik terfokus pada algoritma adaptif, yang menghitung lintasan terbaik yang didasarkan pada informasi tentang panjang *edge*. Sebagian besar formulasi adaptif terfokus pada minimisasi perkiraan panjang *path*; tidak banyak yang mengkaji minimisasi fungsi non-linier dari panjang serta menetapkan algoritma heuristik.

Formulasi nonadaptif paling terkait erat dengan model adalah yang dikemukakan oleh Loui (1983) yang mengkaji fungsi utilitas umum dari panjang *path* yang monoton dan tidak turun, dan membuktikan bahwa perkiraan utilitas menjadi dapat dipisahkan menjadi panjang-panjang *edge* hanya bila fungsi utilitas linier atau eksponensial. Dalam kasus tersebut *path* yang memaksimalkan perkiraan utilitas dapat ditentukan melalui algoritma *path* terpendek tradisional. Untuk fungsi utilitas diberikan algoritma yang didasarkan pada penghitungan *path*, dengan waktu pengoperasian yang sangat besar $O(n^n)$. Mirchandani (1985) memberikan algoritma eksponensial dan heuristik untuk fungsi utilitas kuadratik. Untuk fungsi utilitas non-monoton. Nikolova, et. al. (2006) memberikan hasil kekerasan dan algoritma *pseudopolinomial*. Untuk model terpisah pada *path* terpendek dwi-kriteria dengan tujuan monoton, Ackerman, et. al. (2005) memberikan analisa rata-rata dengan pemuluskan yang berbeda.

## 3.1 Definisi *Path* Terpendek Stokastik

Perhatikan *graph* $G = (V, E)$, dengan $|V| = n$ *node* dan $|E| = m$ *edge*. Diberikan sumber $S$ dan tujuan $T$. Setiap *edge* $i$ mempunyai panjang variabel acak bebas (waktu tempuh) $X_i$. Dimana $i$ adalah tenggang waktu dalam $t$, dan akan menentukan jarak *path*-ST yang memaksimalkan probabilitas bahwa akan dicapai tujuan dalam $t$. Dengan demikian akan diselesaikan

$$\max_{\pi} \Pr \left( \sum_{i \in \pi} X_i \leq t \right) \text{ untuk } path\ \pi \text{ antara sumber dan tujuan} \tag{3.1}$$

Pada bagian-bagian berikut, akan diperlihatkan bahwa asumsi-asumsi distribusi yang berbeda untuk panjang *edge* menimbulkan kompleksitas masalah dan menghasilkan algoritma dengan sifat yang sangat berbeda.

## 3.2 Definisi Path Terpendek Parametrik

Perhatikan *graph* $G$ dengan sumber $S$ dan tujuan $T$ yang dibedakan. Setiap *edge* $i$ mempunyai panjang terikat parameter $u_i + \lambda w_i$, di mana $u_i, w_i$ adalah konstanta-konstanta nonnegatip, dan $\lambda \in [0, \infty)$. Masalah *path* terpendek parametrik mencari nilai parameter (breakpoint) $\lambda \in (0, \infty)$ di mana *path* terpendek berubah. Carstensen (1983) membuktikan bahwa jumlah *breakpoint* sekurang-kurangnya $n^{\Omega(\log n)}$ pada kasus terburuk, dan bisa dengan mudah ditunjukkan batas atas yang bersesuaian untuk *graph* umum.

Pada bagian berikut akan memastikan hubungan antara *path* terpendek stokastik dengan distribusi normal dan masalah *path* terpendek parametrik, yang akan memungkinkan untuk mengaplikasikan hasil rata-rata serta pemuluskan untuk yang disebut pertama juga pada penetapan *path* terpendek parametrik.

### 3.3 Maksimum *Quasi-konveks*

Pada bagian ini akan didefinisikan secara singkat fungsi konveks dan generalisasinya pada fungsi *quasi-konveks* dan menyatakan sifat utama maksimum globalnya.

Misalkan $C$ adalah himpunan konveks.

**Definisi 1** *Suatu fungsi* $f : C \to (-\infty, \infty]$ *adalah konveks jika untuk semua* $x, y \in C$ *dan* $\alpha \in [0, 1]$,

$$f(\alpha x + (1 - \alpha)y) \leq \alpha f(x) + (1 - \alpha)f(y) \tag{3.2}$$

*Suatu fungsi* $f : C \to (-\infty, \infty]$ *adalah quasi-konveks jika semua himpunan level bawahnya* $L_\gamma = \{x | x \in C, f(x) \leq \gamma\}$ *adalah konveks.*

Secara informal, fungsi quasi-konveks mempunyai penampang-melintang konveks pada setiap ketinggian (level).

**Definisi 2** *Jika* $x$ *adalah titik ekstrim dari himpunan* $C$ *dan jika* $x$ *tidak dapat direpresentasikan sebagai kombinasi konveks dari dua titik lainnya dalam himpunan* $C$,

$$x = \alpha y + (1 - \alpha)z \text{ untuk } y, z \in C, \alpha \in (0, 1) \Rightarrow y = z = x. \tag{3.3}$$

Sifat penting berikut dari maksimisasi *quasi-konveks* tampaknya terkait dengan cerita rakyat. Pernyataan teorema tanpa bukti tampak dalam *Introduction to Global Optimization.*

**Teorema 3.3.1** *Misalkan $C \subset R^m$ adalah himpunan konveks kompak. Fungsi quasi-konveks $f : C \to R$ yang mencapai maksimum atas $C$, mencapai maksimum di titik ekstrim dari $C$.*

Dibutuhkan sedikit lagi definisi. *Bayangan* himpunan konveks dalam $R^m$ pada ruang-bagian dua-dimensi adalah proyeksi ortogonal himpunan pada ruang bagian. *Dominan* dari suatu himpunan $C$ dalam $R^m$ didefinisikan sebagai himpunan semua titik yang lebih besar dari suatu titik di dalam $C, \{x \in R^m | x \geq y$ untuk suatu $y \in C\}$.

## 3.4 *Path* Terpendek Stokastik dengan Distribusi Normal

Pada bagian ini, aplikasi maksimisasi *quasi-konveks* pada *graph* dengan panjang *edge* berdistribusi normal, di mana harus memilih rute paling pasti untuk mencapai tujuan dengan waktu tertentu.

Asumsikan setiap *edge* $i$ mempunyai panjang berdistribusi normal bebas $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$. Masalahnya adalah untuk

$$\max_{\pi} \ \Pr\left(\sum_{i\in\pi} X_i \leq t\right) \text{ untuk } path\ \pi \text{antara sumber dan tujuan} \tag{3.4}$$

Untuk setiap *path* $\pi$, probabilitas ini dapat dihitung dengan

$$\Pr\left(\sum_{i\in\pi} X_i \leq t\right) = \Pr\left(\frac{\Sigma X_i - \Sigma\mu_i}{\sqrt{\Sigma\sigma_i^2}} \leq \frac{t - \Sigma\mu_i}{\sqrt{\Sigma\sigma_i^2}}\right) = \phi\left(\frac{t - \Sigma\mu_i}{\sqrt{\Sigma\sigma_i^2}}\right),$$

di mana $\phi(\cdot)$ adalah fungsi distribusi kumulatif dari variabel acak normal standar N(0,1). Karena $\phi$ monoton naik, masalah ini ekuivalen dengan penentuan *path*-ST yang memaksimalkan pernyataan,

$$\max_{\pi} \frac{t - \Sigma_{i\in\pi}\mu_i}{\sqrt{\Sigma_{i\in\pi}\sigma_i^2}} \tag{3.5}$$

Tujuan dalam Persamaan (3.5) tidak dapat dipisahkan ke dalam biaya *edge* dan tidak memenuhi suboptimalitas sehingga pendekatan programming dinamik yang didasarkan pada substruktur akan gagal. Untuk lebih dapat memahami sifat-sifat fungsi tujuan, dirumuskan sebagai masalah optimisasi kontinu atas *polytop path* di dalam $R^m$, di mana $m$ adalah jumlah *edge*.

Bubuhkan indeks semua *edge* dengan $1, 2, \cdots, m$. Nyatakan setiap himpunan bagian *edge* dengan vektor *incidence*-nya $x \in R^m$, dengan $x_i = 1$ jika *edge* $i$ ada dalam himpunan bagian dan $x_i = 0$ untuk lainnya. Seluruh ke $2^m$ himpunan bagian *edge* bersesuaian dengan vertex-vertex hiperkubus satuan dalam $R^m$. *Polytop path*-ST (atau, disingkat *polytop path*) adalah bungkus konveks dari vektor-vektor *incidence path*-ST (sederhana). Itu adalah himpunan bagian hiperkubus satuan dalam $R^m$, dan vertex-vertexnya merupakan himpunan bagian dari vertex-vertex hiperkubus. Dengan demikian, *path*-ST optimal adalah penyelesaian untuk

$$\text{maksimalkan } \frac{t - \mu \cdot x}{\sqrt{\sigma^2 \cdot x}} \tag{3.6}$$

$$\text{yang memenuhi } x \in \textit{polytop path}$$

$$x \in \{0, 1\}^m,$$

di mana dengan $\{0, 1\}^m$ dinotasikan himpunan 0-1 vektor dengan panjang $m$. Dengan memproyeksikan *polytop path* pada *span* vektor-vektor $\mu = (\mu_1, \cdots, \mu_m)$ dan $\sigma^2 = (\sigma_1^2, \cdots, \sigma_m^2)$ mendefinisikan poligon konveks, yang disebut bayangan *polytop path*. Tujuan dalam Persamaan (3.6) tidak dapat dipisahkan, dari linier atau kuadratik dan bahkan bukan konveks. Ini menempatkannya di dalam kategori masalah programming matematik dan optimisasi kombinatorial, tidak ada algoritma umum yang efisien.

# BAB 4

# ALGORITMA HEURISTIK UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH LINTASAN TERPENDEK STOKASTIK

## 4.1 Algoritma hybrid

Umumnya disebutkan, model pemrograman stokastik sulit dipecahkan lewat metode tradisional. Untuk menyelesaikan model-model *Stochastic Shortest Path* (SSP), digunakan sebuah algoritma hybrid yang mengintegrasikan simulasi stokastik dan algoritma genetik.

### Mengkompilasikan fungsi-fungsi tak pasti

Fungsi tak pasti artinya parameternya adalah stokastik. Sehubungan dengan kompleksitasnya dirancanglah beberapa simulasi stokastik untuk memperkirakan fungsi tak pasti dari model yang dimiliki. Agar lebih tepat, $n$ ditunjukkan dengan cara lain yaitu $n = (n_1, n_2, \cdots, n_m)$ dimana $m$ adalah jumlah *arc*. Pertama, dihitung fungsi berikut :

$$U_1 : x \rightarrow E[T(x, \xi)], \tag{4.1}$$

Di sini akan dirancang sebuah simulasi stokastik sebagai berikut :

**Langkah 1.** Setiap $U_1(x) = 0$

**Langkah 2.** Bentuklah $\omega = (\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_m)$ dari fungsi distribusi

**Langkah 3.** $U_1(x) \leftarrow U_1(x) + t(x, \omega)$

**Langkah 4.** Ulangi langkah ke-2 dan ke-3 $N$ kali

**Langkah 5.** $U_1(x) \leftarrow U_1(x)$

Ulang langkah kedua, sehingga simulasi fungsi tak pasti adalah sebagai berikut:

$$U_2 : x \rightarrow P_r\{T(x, \xi) \leq T_0\}. \tag{4.2}$$

Dalam membuat percobaan $N$ dengan menghasilkan $\xi_n, n = 1, 2, , N$. lalu $N$ menunjukkan jumlah kejadian pada $T(x, \xi) \leq T_0$ (yaitu jumlah $n$ yang menunjukkan ketidakseimbangan).

Didefinisikan :

$$h(\xi) = \begin{cases} 1, & \text{jika}\, T(x, \xi) \leq T_0 \\ 0, & \text{untuk yang lain} \end{cases} \tag{4.3}$$

Kemudian di dapat $E[h(\xi_n)] = U_2$, dan $N = \Sigma_{n-1}^{N} h(\xi_n)$, mengikut dari hukum kuat angka besar bahwa :

$$\frac{N}{N} = \frac{\Sigma_{n-1} N h(\xi_n)}{N}. \tag{4.4}$$

Terpusatkan pada $U_2$, maka probabilitas $U_2$ dapat diperkirakan dari $N/N$ menghasilkan bahwa $N$ sangat besar. Jadi tipe fungsi tak pasti ini dapat diperkirakan melalui prosedur berikut :

**Langkah 1.** Siapkan $N = 0$

**Langkah 2.** Bentuklah $\omega = (\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_m)$ dari distribusi fungsi $\xi$

**Langkah 3.** Jika $T(x, \omega) \leq T_0$, maka $N++$

**Langkah 4.** Ulangi langkah kedua dan ketiga sejumlah $N$ kali

**Langkah 5.** $U_2 = N/N$

Tipe terakhir dari fungsi tak pasti pada masalah optimalisasi adalah :

$$U_3 : x \to \min\{\bar{T} | \Pr \{T(x, \xi) \leq \bar{T}\} \geq \alpha\}, \tag{4.5}$$

untuk mendapatkan $\bar{T}$ minimum ; dipenuhi $\Pr \{T(x, \xi) \leq \bar{T}\}$, dengan difenisi:

$$h(\xi) = \begin{cases} 1, & \text{jika} T(x, \xi) \pounds \bar{T} \\ 0, & \text{untuk yang lain} \end{cases} \tag{4.6}$$

Melalui hukum kuat angka yang besar, dicari :

$$\frac{\Sigma_{n-1}^{N} h(\xi_n)}{N} \to \alpha. \tag{4.7}$$

Sebagai $N \to \infty$. Perhatikan bahwa jumlah $\Sigma_{n-1}^{N} h(\xi_n)$ adalah hanya angka $\xi$ yang memenuhi $T(x,\xi) \le \bar{T}$. Maka nilai $\bar{T}$ dapat diambil sebagai elemen terbesar ke-$N$ pada deret $\{T(x,\xi_1), T(x,\xi_2), \cdots, T(x,\xi_N)\}$, dimana $N$ adalah bagian bilangan bulat dari $\alpha N$. Tipe fungsi tak pasti seperti ini dapat diperkirakan dari prosedur berikut :

**Langkah 1.** Siapkan $\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_m$ dari fungsi distribusi, dimana $N$ adalah angka yang besar

**Langkah 2.** Siapkan $T_i = T(x, \xi_i)$ untuk $i = 1, 2, \cdots, N$

**Langkah 3.** Siapkan $N$ sebagai bagian bilangan bulat dari $(1-\alpha)N$

**Langkah 4.** Kembalikan elemen terbesar ke-$N$ pada $\{T_1, T_2, \cdots, T_N)$

### 4.1.1 Algoritma Genetik

Algoritma genetik digunakan untuk menyelesaikan masalah kombinasi, metode ini telah muncul menjadi salah satu dari prosedur pencarian solusi stokastik yang paling efesien unuk menyelesaikan berbagai macam masalah lintasan terpendek. Untuk menyelesaikan model lintasan terpendek stokastik (*stockasic shortest path*), digunakan algoritma genetik untuk menemukan lintasannya. Representasi struktur, prosedur awal dan operator genetiknya adalah sebagai berikut.

### 4.1.2 Representasi Genetik

Digunakan sebuah vektor bilangan bulat $P = (v_1, v_2, \cdots, v_k)$ sebagai sebuah kromosom untuk mewakili sebuah jalur $\mathcal{G}$ dari titik 1 dan $n$. Karena lintasan yang berbeda maka dimensi kromosomnya juga berbeda. Jika $(v_1, v_2, \cdots, v_k)$ mewakili lintasan titik 1 ke $n$, maka diperoleh $(1, v_1) \in \mathcal{A}, (v_1, v_2) \in \mathcal{A}, \cdots (v_{k-1}, v_k) \in \mathcal{A}$, dan $(v_k, n) \in \mathcal{A}$.

Jadi dimiliki definisi berikut :

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika } i = 1, j = v_1 \\ 1, & \text{jika ada } l \text{ seperti } i = v_i, j = v_{i+1} \\ 1, & \text{jika } i = v_k, j = n \\ 0, & \text{untuk yang lain} \end{cases} \tag{4.8}$$

untuk seluruh $(i, j) \in \mathcal{A}$. Juga sangat mudah mengecek bahwa $\{x_{ij}?(i, j) \in \mathcal{A}\}$ didapat dari cara ini adalah jalur dan titik 1 ke $n$. sebaliknya, biarkan $\{x_{ij}?(i, j) \in \mathcal{A}\}$ menjadi jalur dari titik 1 ke $n$. mungkin mendapat sebuah kromosom dari prosedur berikut.

## 4.2 Pengawalan Kromosom

Untuk menandai kromosom yang sesuai, diadopsi prosedur heuristik berikut:

**Langkah 1.**. Siapkan $l = 0$ dan $v_0 = 1$

**Langkah 2.** Secara acak pilih indeks $m$ seperti $(v_1, m) \in \mathcal{A}$

**Langkah 3.** $l \leftarrow l + 1$ dan $v_1 = m$

**Langkah 4**. Ulangi langkah kedua dan ketiga hingga $v_1 = n$

**Langkah 5**. Dapatkan kromosom $(v_1, v_2, \cdots, v_{i-1})$

### 4.2.1 Operator Genetik

Operator genetik meniru proses hereditas gen-gen untuk menghasilkan turunan baru dan memainkan peranan penting dalam algoritma genetik. Pada algoritma ini, operator silang, operator mutasi dan pemilihan adalah sebagai berikut.

a. Kromosom Silang

Umpamakan $P_1 = (v_1, v_2, \cdots, v_k)$ dan $P_2 = (v_1, v_2, \cdots, v_k)$ jadi 2 kromosom. Akan dilakukan operasi silang sebagai berikut : jika ada 2 titik umum diantaranya, dipilih satu secara acak, misalkan $v_1 = v_i$. Akan menghasilkan 2 kromosom : $(v_1, v_2, \cdots, v_{i+1}, \cdots, v_k), (v_1, v_2, \cdots, v_i, v_{i+1}, \cdots, v_k)$.
Yang juga merupakan kromosom yang sesuai yang mewakili jalur dari titik 1 hingga $n$. Jika tidak ada 2 titik umum, maka jangan lakukan apapun.

b. Mutasi Kromosom

Umpamakan $P = (v_1, v_2, \cdots, v_k)$ sebagai kromosom, dapat dimutasikannya dengan cara berikut. Hasilnya bilangan bulat dari $\{1, 2, \cdots, k)$ secara acak, ditandai sebagai $i$. lalu dibuat jalur $(v_{i+1}, \cdots, v_k)$ dari $v_i$ menuju $n$ melalui proses yang sama dengan pengawalan kromosom, dan menghasilkan kromosom baru $(v_1, v_2, \cdots, v_i, v_{i+1}, \cdots, v_k)$.

c. Pemilihan

Pemilihan roda rolet diadopsi pada algoritma ini. Diperoleh sebuah kromosom tunggal setiap ada populasi baru hingga kromosom gandanya didapatkan.

## 4.3 Algoritma Pintar Hybrid

Integrasi simulasi stokastik dan algoritma genetik untuk menghasilkan sebuah algoritma pintar hybrid. Algoritma dapat dideskripsikan sebagai berikut:
**Langkah 1.** Tandai kromosom *pop-size* $P_k, k = 1, 2, \cdots,$ *pop-size* secara acak
**Langkah 2.** Hitung nilai objektif dari semua kromosom melalui stokastik
**Langkah 3.** Komputasikan kecocokan setiap kromosom. Fungsi evaluasi berda-

sarkan tingkatan didefnisikan sebagai berikut :

$$\text{Eval}(P_i) = a(1a)^{i-1}, i = 1, 2, \cdots, \ pop - size, \tag{4.9}$$

dimana kromosom-kromosom tersebut diasumsikan telah disusun kembali dari baik ke buruk menurut nilai objektifnya dan $a \in (0,1)$ merupakan sebuah parameter pada sistem genetik.

**Langkah 4.** Pilih kromosom-kromosom untuk populasi baru

**Langkah 5.** Perbaharui kromosom-kromosom $P_k, k = 1, 2, \cdots, \ pop - size$ melalui operasi silang dan operasi mutasi disebutkan sebelumnya

**Langkah 6.** Ulangi langkah ke-2 hingga ke-5 sesuai dngan jumlah yang diberikan

**Langkah 7.** Laporkan kromosom terbaik $P^* = (v_1, v_2, \cdots, v_k)$

Model untuk masalah *stochastic shortes path* dimana panjang batasnya berbeda bervariasi dari distribusinya. Jalur optimal memaksimalkan kemungkinan bahwa panjang jalurnya tidak melebihi batas yang diberikan. Tujuan itu muncul secara alami pada prakteknya dimana seorang pengguna ingin memaksimalkan probabilias tiba tepat waktu di tujuan. Sebagai usaha unuk mengurangi kompleksitas yang tidak dapat dipisahkan dengan tujuan dari analisis kompleksitas dan distribusi, model utama digambarkan batas-batas yang ada dari distribusi normal. Ditunjukkan bahwa untuk batas akhir yang cukup luas, masalah ini membutuhkan pemaksimalan dari fungsi *quasi-convex* sesudah jalur *polytope*.

Sehubungan dengan bentuk khusus dari objektif quasi-convex yang dimiliki, jalur yang paling optimal didapat dari titik extreme dari proyeksi yang domain dari jalur *polytope* pada 2 bidang dimensi. Kemudian memberikan algoritma pasi untuk menemukan jalur optimal dengan menjalani poin-poin ekstreme dari bayangan domain. Kemudian akan diperoleh ekivalen antara bayangan domain dan sampul biaya optimal dari masalah jalur pendek parametrik. Akibatnya, ini membuktikan bahwa algoritma memiliki kasus waktu terburuk $n^{\theta(\log n)}$. Memberikan algoritma *pseudopolynominal* untuk batas yang tersisa.

# BAB 5

# KESIMPULAN

Penelitian ini memberikan kontribusi pada masalah-masalah *shortest path* dengan aspek-aspek berikut :

1. Disajikan 3 jenis model program stokastik yaitu *Expected shortest path, The most shortest path*, dan $\alpha$ *shortest path*

2. Menyelesaikan masalah-masalah stokastik dengan algoritma Hybrid intellegent dengan menggunakan pengembangan algoritma genetik serta simulasi stokastik.

3. Hasil-hasil dari pembahasan memperlihatkan bahwa algoritma ini bersifat lebih baik untuk parameter-parameter algoritma genetik. Hal ini memungkinkan untuk menyelesaikan masalah-masalah vertek dan *arc* yang jumlahnya besar.

## DAFTAR PUSTAKA


Ackermann, (2005). *Decision making based on approximate and Smoothed pareto curves*. In Proc. Of 16th ISAAC, 675-684

Bonet, B and Geffner, H. (2000). *Planning With Incomplete Information as Heuristic Scarch in bilief space*. In Proceedings of AIPS. 52-61

Bellman, E. (1958). *On a Routing Problem, Q App*;. Math. 87 - 90.

Carstensen, P. (1983). *The complexity of some problems in parametric linear and combinatorial programming*. PhD. Thesis, Mathematics Dept U. of Michigan, Ann Arbar Mich

Dijkstra, E.W. (1959). *A Note on Two Problems in Connection with Graph*, Numer Moth. 269-271

Dreyfus, S. (1969). *An Apprasial of same shortest path algorithms*. Oper. Res. 395-412.

Fan, Y., R. Kalaba, and I.J. E. Modre. (2005). *Arriving on time. Journal of optimization theory and applications*. Forthcoming.

Frank, H. (1969). *Sortest path in probability graph*, oper Res. 583-599

Fu, L., L.R.Rillet. (1998). *Expected Shortest Path in Dynamic and Stochastic Traffic Networks, Transp*. Res. 499-516.

Holland, J. (1975). *Adaption in Natural and Artificial System*, Universitay of Michigan Press. Ann Arbor, MI

Ishwar, Murthy. and Sarkar S. (1996). *A Relaxation-based pruning technique for a class of stochastic shortest path problems*. Transportation Science. 30 - 220. 30

Kelner, J.A. and D.A. Spielman. (1958). *A randomized polynomial-time simplex algorithm for linier programming*. Electronic Colloqium on Computational Complexity

Loui, R.P. (1983). *Optimal path in graphs with stochastic or multidimentional weights*. Communications of the ACM. 670-671

Mirchandani, P. (1985). *Optimal paths in probabilistic network : a case with temporary preferences*. Computer and aperations Research 12. 365-381

Mote, J., I. Murthy, and D. Olson. (1991). *Aporametric Approach to solving bicriterion shortest path problems*. European Jurnal of operation Research. 81-92

Nikolova, et. al. (2006). *Optimal Route Planning Under Uncertainty*. In Prosedings of international Conference on Automated Planning and Scheduling.

Pallottino, S. and M.G.Scutella. (1997). *Shortest path algorithms in transportation model: Classical and innovative aspeets*. Technical Report TR. 97-06, Universita di Pisa Dipartimento di Infoymatica, Pisa, Italy.

Puterman, M.L. (1994). *Markov Dicision Process: Discrete Stochastic Dynamic Programming*, John Wiley, New York.