

**MODEL PROGRAM STOKASTIK DALAM
TRANSPORTASI DAN LOGISTIK**

TESIS

Oleh

CHAIRUNISAH

077021004/MT



**SEKOLAH PASCASARJANA
UNIVERSITAS SUMATERA UTARA
MEDAN
2009**

**MODEL PROGRAM STOKASTIK DALAM
TRANSPORTASI DAN LOGISTIK**

TESIS

**Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Magister Sains dalam
Program Studi Magister Matematika pada Sekolah Pascasarjana
Universitas Sumatera Utara**



Oleh

**CHAIRUNISAH
077021004/MT**

**SEKOLAH PASCASARJANA
UNIVERSITAS SUMATERA UTARA
MEDAN
2009**

Judul Tesis : MODEL PROGRAM STOKASTIK DALAM
TRANSPORTASI DAN LOGISTIK
Nama Mahasiswa : Chairunisah
Nomor Pokok : 077021004
Program Studi : Matematika

Menyetujui
Komisi Pembimbing

(Dr. Saib Suwilo, M.Sc)

Ketua

Ketua Program Studi

(Dr. Sutarman, M.Sc)

Anggota

Direktur

(Prof.Dr.Herman Mawengkang)

(Prof.Dr.Ir.T.Chairun Nisa, B.,M.Sc)

Tanggal lulus : 2 Juni 2009

Telah diuji pada

Tanggal : 2 Juni 2009



PANITIA PENGUJI TESIS

Ketua : Dr. Saib Suwilo, M.Sc

Anggota : 1. Dr. Sutarman, M.Sc

2. Prof. Dr. Herman Mawengkang

3. Dra. Esther Nababan, M.Sc

ABSTRAK

Problema transportasi dan logistik dikarakteristikan dengan proses informasi yang sangat dinamis, seperti : pesanan konsumen yang datang pada saat pengiriman telah dilakukan, pengiriman produk jarak jauh yang berisiko mengalami penundaan , kesalahan atau kerusakan peralatan yang memerlukan waktu untuk perbaikan, dan keputusan yang diambil di lapangan yang tidak selalu sesuai dengan rencana. Ketika problema transportasi menjadi suatu permasalahan yang sangat besar, maka dibutuhkan suatu teknik pemrograman matematika untuk memperoleh solusi optimal. Tesis ini mengajukan suatu pemrograman matematika dan algoritma solusi untuk menyelesaikan problema transportasi dan logistik dalam rantai suplai. Metodologi yang digunakan dalam tesis ini adalah metode program stokastik pengalokasian dua tahap. Fungsi objektif dari model problema ini didesain untuk meminimumkan total investasi dan biaya operasional transportasi dan logistik di masa yang akan datang.

Kata kunci : Program Stokastik, Transportasi dan Logistik, Rantai Suplai,
Metode Alokasi Dua Tahap



ABSTRACT

Transportation and logistic are characterized by highly dynamic information processes: customers call in orders over time to move freight, the movement of freight over long distances in subject to random delays, equipment failures require last minute changes, and decisions are not always executed in the field according to plan. Since, transportation problems are often quite large, the decision involved has made transportation a natural application for the techniques of mathematical programming. This thesis proposes a stochastic programming model and solution algorithm for solving transportation and logistic in supply chain design problems. Methodology proposed a two stage resource allocation stochastic programming. The objective function in this model is designed to minimize current investment costs and operating costs of transportation and logistic problem in the future.

Keywords : Stochastic Programming, Transportation and Logistic, Supply Chain, Two Stage Allocation Method



KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan atas kehadiran Allah SWT, karena berkat rahmat dan karunia-Nya penulis dapat menyelesaikan tesis ini yang berjudul Model Program Stokastik dalam Transportasi dan Logistik. Tesis ini merupakan salah satu syarat untuk menyelesaikan kuliah di program studi Magister Matematika Sekolah Pascasarjana Universitas Sumatera Utara.

Dalam menyelesaikan tesis ini penulis banyak mendapat dukungan dari berbagai pihak, maka pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih, dan apresiasi yang sebesar-besarnya kepada:

Prof. Chairuddin P. Lubis, DTM&H, Sp.A(K) selaku Rektor Universitas Sumatera Utara.

Prof. Dr. Ir. T. Chairun Nisa, B., M.Sc selaku Direktur Sekolah Pascasarjana Universitas Sumatera Utara yang telah memberi kesempatan kepada penulis untuk mengikuti perkuliahan di Program Studi Magister Matematika.

Prof. Dr. Herman Mawengkang selaku Ketua Program Studi Magister Matematika Sekolah Pascasarjana Universitas Sumatera Utara yang telah memberikan bimbingan dan petunjuk kepada penulis sehingga tesis ini dapat diselesaikan.

Dr. Saib Suwilo, M.Sc sebagai Ketua Komisi Pembimbing yang telah memberikan bimbingan, masukan dan motivasi untuk perbaikan dan kesempurnaan tesis ini.

Dr. Sutarman, M.Sc sebagai Anggota Komisi Pembimbing yang telah memberikan bimbingan, masukan dan motivasi untuk perbaikan dan kesempurnaan tesis ini.

Seluruh staf pengajar pada program studi Magister Matematika Sekolah Pascasarjana Universitas Sumatera Utara yang telah membekali penulis ilmu pengetahuan selama perkuliahan hingga selesai. Seluruh rekan-rekan mahasiswa angkatan 2007 program studi Magister Matematika Sekolah Pascasarjana Universitas Sumatera Utara atas kerjasama, kekompakan dan kebersamaan yang telah terjalin dengan baik selama perkuliahan hingga selesai.

Secara khusus penulis menyampaikan terima kasih kepada suami tercinta Denny Haris, S.Si, Ayahanda Yuswar Nasution dan Akhirudin Tanjung, serta Ibunda tercinta Syafariah dan Roslina, dan seluruh keluarga yang dengan penuh semangat memberikan doa, motivasi dan perhatian kepada penulis hingga penulis dapat menyelesaikan pendidikan ini.

Terima kasih penulis sampaikan kepada semua pihak yang telah memberi dukungan, doa, bantuan moral/spiritual, motivasi, bimbingan dan arahan selama perkuliahan hingga penyelesaian tesis ini. Semoga amal kebajikan yang telah diberikan kepada penulis menjadi amal ibadah dan mendapat ganjaran kebajikan di sisi Allah SWT. Semoga tesis ini bermanfaat bagi pembaca dan pihak-pihak yang memerlukannya.

Medan, Juni 2009
Penulis,

Chairunisah

RIWAYAT HIDUP

Chairunisah, dilahirkan di Medan pada tanggal 17 Mei 1981, merupakan anak ketiga dari 4 (empat) bersaudara dari pasangan ayah Yuswar Nasution dan ibunda Syafariah. Menamatkan Sekolah Dasar di SDN 060881 Medan pada tahun 1993, Sekolah Menengah Pertama (SMP) Negeri 1 Medan pada tahun 1996, Sekolah Menengah Atas (SMA) jurusan IPA di SMA Negeri 1 Medan tahun 1999 dan pada tahun 1999 memasuki perguruan tinggi di Universitas Sumatera Utara Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Jurusan Matematika dan memperoleh gelar Sarjana Sains pada tahun 2004. Pada tahun 2005 bertugas sebagai staf pengajar di Universitas Negeri Medan . Pada tahun 2007 mengikuti Program Studi Magister Matematika Sekolah Pascasarjana Universitas Sumatera Utara.



DAFTAR ISI

	Halaman
ABSTRAK	i
<i>ABSTRACT</i>	ii
KATA PENGANTAR	iii
RIWAYAT HIDUP	v
DAFTAR ISI	vi
DAFTAR TABEL	viii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian	3
1.4 Manfaat Penelitian	4
1.5 Metodologi Penelitian	4
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	5
BAB 3 TRANSPORTASI LOGISTIK DAN PROGRAM STOKASTIK	12
3.1 Problema Transportasi dan Logistik	12
3.2 Program Stokastik	17
3.3 Model Program Stokastik Dua Tahap	18
BAB 4 MODEL PROGRAM STOKASTIK DALAM TRANSPORTASI DAN LOGISTIK	20
4.1 Model Program Stokastik dalam Transportasi dan Logistik	20

4.2 Implementasi Model	24
BAB 5 KESIMPULAN	27
DAFTAR PUSTAKA	29



DAFTAR TABEL

Nomor	Judul	Halaman
4.1	Karakteristik Jaringan Rantai Suplai	25



BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Rantai suplai (*Supply Chain*) adalah suatu jaringan penyaluran, pergudangan dan pengorganisasian distribusi *channel* untuk memperoleh material mentah, mengolah material mentah tersebut menjadi suatu produk, dan mendistribusikan produk tersebut ke konsumen (Santoso et.al, 2005). Manajemen rantai suplai (*Supply Chain Management*) merupakan analisis sistematis dan pengambilan keputusan di dalam fungsi-fungsi bisnis yang berbeda dari suatu hasil organisasi, biaya efektif dari sumber daya, material, informasi dan uang. Strategi perencanaan rantai suplai meliputi pembentukan jaringan, sebagai contoh jumlah, lokasi, kapasitas dan teknologi yang mendukung fasilitas. Perencanaan pada level pengoperasian rantai suplai meliputi kuantitas dan arus material, proses produksi dan distribusi produk. Manajemen rantai suplai merupakan suatu permasalahan ekonomi yang penting yang berhubungan langsung dengan industri.

Transportasi dan logistik merupakan suatu bentuk dari rantai suplai. Mengkombinasikan transportasi dan logistik untuk meningkatkan efisiensi di dalam lingkungan persaingan global merupakan suatu hal yang inovatif. Sistem transportasi dan logistik dengan tipe produk dan ruang lingkup pasar bahan mentah secara geografi, komponen dan hasil produksi, merupakan sasaran utama dari beberapa strategi yang ada. Sasaran utamanya adalah mendistribusikan produk yang tepat pada tempat yang benar dan waktu yang tepat sehingga biaya menjadi minimum (Santoso et.al, 2005). Transportasi dan logistik berhubungan dengan aliran produk di dalam rantai suplai, meliputi transportasi, pergudangan dan penanganan material dan distribusi hasil produksi dari pabrik ke grosir, pengecer dan pengguna.

Terdapat dua jenis teknologi pemodelan yang sering digunakan, yang pertama model simulasi, yang sering digunakan dalam perencanaan yang membutuhkan pengertian dari perilaku sistem yang meningkat setiap waktu. Kedua adalah model dan algoritma optimisasi deterministik, dimana model ini membutuhkan komputasi yang direkomendasikan pada keputusan yang diambil. Program deterministik mengasumsikan semua data diketahui dan tertentu. Bagaimanapun, beberapa data seperti parameter yang mewakili informasi tentang masa yang akan datang sering tidak dapat diketahui dengan pasti. Ketika sebagian dari data tidak pasti, program stokastik dapat diberlakukan dengan mengambil ketidakpastian ke dalam pertimbangan. Informasi tentang ketidakpastian dapat disatukan ke dalam model yang dapat meningkatkan kualitas keputusan (Powell dan Topaloglu, 2002).

Secara esensial program stokastik diajukan untuk menggantikan model deterministik, dimana koefisien dan parameter yang tidak diketahui bersifat acak dengan pengandaian sebaran peluang bebas dan peubah keputusan. Karena perkembangan metode komputasi yang sangat pesat mengakibatkan teknik program stokastik dipakai untuk menyelesaikan persoalan-persoalan dunia nyata. Program stokastik memberikan model dari ketidakpastian secara eksplisit pada proses pembuatan keputusan dengan menggunakan algoritma optimisasi. Model stokastik dapat memberikan solusi yang lebih baik dan lebih baik digunakan dalam penelitian di bidang industri (Powell dan Topaloglu, 2002).

Powell dan Topaloglu (2002), telah menerapkan program stokastik pada problema transportasi dan logistik dengan menggunakan studi kasus pendistribusian mobil, sehingga diperoleh beberapa model optimisasi untuk penyelesaian problema ini, yaitu model miopik dan deterministik, model rekursif sederhana dan model rekursif terpisah.

Liu et.al (2009), telah memodelkan perlindungan jaringan transportasi dengan menggunakan program stokastik dua tahap dan pendekatan algoritma pengembang-

an metode L-shaped dengan dekomposisi Benders. Liu et.al (2009) memfokuskan permasalahan pada pengalokasian perlindungan sumber daya untuk meningkatkan ketahanan dan kedinamisan sistem transportasi.

Penelitian ini menggunakan program stokastik untuk memodelkan problema transportasi dan logistik yang dirangkai dalam suatu rantai suplai dengan menggunakan metode pengalokasian dua tahap (*two stage allocation method*). Metode pengalokasian dua tahap merupakan suatu metode yang relatif sederhana, secara umum menggunakan notasi-notasi singkat/sederhana yang menandai kesederhanaan dari metode ini. Penggunaan metode ini dikarenakan beberapa parameter dari problema transportasi dan logistik dalam rantai suplai bersifat stokastik, dimana parameter tersebut berfungsi untuk menentukan fungsi objektif, sehingga dibutuhkan tahap ke dua untuk penyelesaiannya.

1.2 Perumusan Masalah

Beberapa model untuk problema transportasi dan logistik dengan menggunakan studi kasus pendistribusian mobil telah dikembangkan oleh Powell dan Topaloglu (2002). Problema transportasi dan logistik secara esensial tercakup di dalam suatu rantai suplai. Permasalahan rantai suplai transportasi dan logistik merupakan problema yang bersifat diskrit, mengandung ketidakpastian pada parameter model, sehingga penyelesaiannya dibutuhkan program stokastik.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menemukan model program stokastik dalam menyelesaikan permasalahan transportasi dan logistik yang tercakup didalam suatu rantai suplai.

1.4 Manfaat Penelitian

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberi kontribusi pada penyelesaian permasalahan rantai suplai transportasi dan logistik dengan menggunakan program stokastik.

1.5 Metodologi Penelitian

Penelitian ini menganalisa model program stokastik untuk menyelesaikan problema transportasi dan logistik. Program stokastik merupakan suatu program matematika yang memuat tujuan dan kendala yang mengandung ketidakpastian. Cara yang dibutuhkan adalah model rekursif, yaitu cara yang memuat sebuah keputusan sekarang dan meminimumkan biaya yang dibutuhkan sebagai konsekuensi dari keputusan. Untuk pembentukan model transportasi dan logistik di dalam rantai suplai digunakan metode pengalokasian dua tahap. Penelitian ini menggunakan metode program stokastik dua tahap untuk memodelkan problema rantai suplai transportasi dan logistik yang berdistribusi kontinu untuk parameter ketidakpastian.

Prosedur yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut :

- I. Menjelaskan permasalahan transportasi dan logistik dalam suatu rantai suplai.
- II. Pembahasan dan pemahaman tentang program stokastik di dalam rantai suplai transportasi dan logistik.
- III. Merancang model transportasi dan logistik :
 - a. Menyatakan secara konseptual tentang permasalahan.
 - b. Pemodelan program stokastik dengan menggunakan metode pengalokasian dua tahap.

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

Banyak permasalahan perencanaan yang mengandung ketidakpastian dibahas dan diselesaikan dengan program stokastik dua tahap. Sebagai contoh diambil problema kasus distribusi alat transportasi. Problema distribusi alat transportasi melibatkan perpindahan alat transportasi dari pabrik, toko dan konsumen.

Powell dan Topaloglu (2002) menerapkan problema ini pada beberapa model berikut :

1. Model miopik dan deterministik

Pada model miopik pengambilan keputusan didasarkan pada keputusan yang diketahui sekarang (x_{0ad}), biaya yang diperhitungkan sekarang (C_{0ad}) dan vektor R_{0f}^c dan R_{0f}^o . Ini menghasilkan permasalahan optimisasi :

$$\min_x \sum \sum c_{0ad} x_{0ad} \quad (2.1)$$

s.t

$$\sum_{d \in D} x_{0ad} = R_{0a}^c \quad a \in A \quad (2.2)$$

$$\sum_{a \in A} x_{0ad} \leq R_{0a}^o \quad d \in D^0 \quad (2.3)$$

$$x_{0ad} \in Z_+ \quad (2.4)$$

dimana :

$R_{t,at}^c$ = Jumlah alat transportasi dengan atribut a yang dikenalkan pada waktu t dan tersedia pada waktu t

$R_{t,at}^0$ = Vektor dari penggunaan alat transportasi dengan atribut $a \in A^0$ yang dikenal pada waktu t tetapi dibutuhkan pada waktu t

A^c = Himpunan atribut dari alat transportasi

A^0 = Himpunan atribut dari pemesanan, meliputi jumlah pesanan setiap hari hingga pesanan untuk waktu yang akan datang dan penentuan pesanan yang harus dilayani segera (*actionable time*)

D^0 = Keputusan untuk menentukan sebuah alat transportasi yang sesuai dengan pesanan

$\sum_{a \in A} x_{0ad} \leq R_{0a}^o$ membatasi tipe permintaan total alat transportasi semua jenis alat transportasi $a_d, d \in D^0$ oleh total permintaan yang ditentukan berdasarkan tipe alat transportasi selama waktu yang ditetapkan.

Andaikan R_{tt}^o , poin peramalan permintaan di masa yang akan datang untuk $t \geq 1, t \geq t$ dengan R_{ot}^o , permintaan sekarang. Untuk jumlah alat transportasi yang tersedia di masa yang akan datang juga dilakukan peramalan, tetapi untuk saat ini dianggap normal. Sebagai hasil, pemodelan dengan menggunakan peramalan deterministik adalah sebagai berikut :

$$\min_x \sum_{a \in A} \sum_{d \in D} c_{0ad} x_{0ad} \quad (2.5)$$

s.t

$$\sum_{d \in D} x_{0ad} = R_{0a}^c \quad a \in A \quad (2.6)$$

$$\sum_{a \in A} x_{0ad} \leq \sum_{t \in T^{ph}} R_{ta_d} \quad d \in D^0 \quad (2.7)$$

$$x_{0ad} \in Z_+ \quad (2.8)$$

Model ini direkomendasikan untuk problema penggunaan suatu alat transportasi yang mengirim produk ke suatu lokasi konsumen tertentu dan alat transportasi

tersebut berhenti pada lokasi konsumen tersebut tanpa melanjutkan pengiriman ke lokasi lain.

2. Model Rekursif Sederhana

Pada model ini ditentukan kelas keputusan untuk pesanan alat transportasi yang spesifik dan pengiriman alat transportasi ke konsumen tertentu (atau ekuivalen dengan lokasi konsumen). Pengiriman produk ke lokasi konsumen pada waktu t pada model ini dapat dilakukan dengan menggunakan lebih dari satu alat transportasi, kasus ini didefinisikan dengan :

$$\begin{aligned}
 R_{t,ct}^o &= \text{Jumlah pesanan untuk konsumen } c \text{ yang pertama diketahui} \\
 &\quad \text{pada waktu } t \text{ yang seharusnya dipesan pada waktu } t \\
 R_{t,c}^o &= \text{Total pesanan untuk konsumen } c \text{ pada waktu } t \\
 &= (R_{t,ct}^o)_{t \geq t} \\
 R_{0,id}^c &= \text{Jumlah alat transportasi yang dikirim ke konsumen} \\
 &\quad i_d, d \in D^c, \text{ dimana keputusan diambil pada waktu } 0 \text{ tetapi} \\
 &\quad \text{alat transportasi dapat digunakan pada waktu } 1 \\
 &\quad \text{(tahap kedua)} \\
 &= \sum_{a \in A} x_{0ad}
 \end{aligned}$$

Keputusan x_{0ad} harus diambil sebelum pesanan $(R_{tt}^o)_{t>0}$. Andaikan :

$$\begin{aligned}
 c_i^o &= \text{Kontribusi dari kepuasan konsumen } i \in I^c \\
 &\quad \text{(secara positif)} \\
 c_i^h &= \text{Kontribusi dari pengiriman alat transportasi ke konsumen } i \\
 &\quad \text{(secara negatif)} \\
 x_{1i}^o &= \text{Jumlah alat transportasi yang ditentukan untuk pengiriman} \\
 &\quad \text{(setelah tiba di lokasi konsumen } i) \\
 x_{1i}^h &= \text{Jumlah alat transportasi yang telah melakukan pengiriman ke} \\
 &\quad \text{konsumen}
 \end{aligned}$$

$R_{0,c1}^c$ adalah fungsi dari keputusan x_0 pada tahap pertama. Diberikan x_0 , nilai harapan tahap kedua diberikan oleh :

$$\begin{aligned}
\overline{C}_{0,1}(R_0^c(x_0)) &= \text{biaya harapan dengan menggunakan informasi yang} \\
&\quad \text{tersedia pada periode waktu 0 yang akan terjadi pada} \\
&\quad \text{periode waktu 1.} \\
&= E\left\{\sum_{c \in x} (c_c^0 x_{1c}^0(R_{0c}^c(x_0), \overline{R}_{1c}^0) + c_c^h x_{1c}^h(R_{0c}^c, \overline{R}_{1c}^0))\right\} \\
&= \sum_{c \in I^c} (\overline{C}_{0,c1}(R_{0c}^c(x_0)))
\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh model untuk permasalahan ini :

$$\left\{ \min_{x_0} c_0 x_0 + \overline{C}_{0,1}(R_0^c(x_0)) \right\} \quad (2.9)$$

s.t

$$\sum_{d \in D} x_{0ad} = R_{0a}^{+,c} \quad a \in A \quad (2.10)$$

$$\sum_{a \in A} x_{0ad} \leq R_{0ad}^{+,o} \quad d \in D^o \quad (2.11)$$

$$X_{0ad} \in Z_+ \quad (2.12)$$

Model ini merupakan suatu problema pemrograman konveks non linier dengan kendala jaringan.

3. Model Rekursif Terpisah

Model ini dapat digunakan untuk distribusi alat transportasi dengan menggunakan kereta api. Sebagai contoh, model ini diterapkan pada kasus permintaan bebas. Notasi yang digunakan pada kasus ini :

- I_r^c = Himpunan bagian dari konsumen di daerah $r \in I^{rd}$
- x_{1ri} = Jumlah mobil yang dikirim dari $r \in I^{rd}$ ke $i \in I_r^c$ untuk memenuhi pesanan konsumen yang diketahui pada tahap ke dua
- c_{1ri} = Kontribusi pengiriman mobil dari $r \in I^{rd}$ ke $i \in I_r^c$ untuk memenuhi pesanan konsumen yang diketahui pada tahap ke dua
- R_{1c}^o = Variabel acak yang memberikan jumlah pesanan untuk konsumen c pada tahap ke dua
- $R_{0r}^c(x_o)$ = Total jumlah mobil yang dikirim ke daerah r sebagai hasil dari keputusan yang dibuat pada tahap pertama

x_1 dan R_1^o adalah variabel acak yang memberikan realisasi pesanan pada tahap ke dua, sehingga diperoleh penyelesaian :

$$Q(R_{0r}^c, R_{1r}^o(\omega)) = \max_{x_1} \sum_{r \in x^{rd}} \sum_{i \in x_r^c} c_{1ri} x_{1ri}(\omega) \quad (2.13)$$

s.t

$$\sum_{i \in x_r^c} x_{1ri}(\omega) + x_{1rd^{\phi}}(\omega) = R_{0r}^c \forall r \in I^{rd} \quad (2.14)$$

$$x_{1ri}(\omega) \leq R_{1i}^o(\omega) \forall i \in I_r^c, r \in I^{rd} \quad (2.15)$$

$$x_{1ri}(\omega) \geq 0 \forall i \in I_r^c, r \in I^{rd} \quad (2.16)$$

Liu et.al (2009) telah memodelkan perlindungan jaringan transportasi dengan menggunakan program stokastik dua tahap. Sistem transportasi merupakan sistem infrastruktur kritis, yang harus memiliki operasi yang halus untuk mempertahankan fungsi normal dari kehidupan sosial. Begitu pun, sistem distribusi ini mudah terpengaruh oleh kerusakan alam dan yang dilakukan manusia, seperti gempa bumi, badai, banjir, dan polusi. Sistem transportasi yang berbahaya secara langsung mempengaruhi keefektifan pos penanggulangan bencana dan aktivitas perbaikan, dan juga menyebabkan kehilangan kehidupan sosial ekonomi yang besar. Perlindungan jaringan dalam menghadapi kerusakan alam atau pun kerusakan yang disebabkan manusia menjadi suatu topik dalam penelitian di bidang teknik dan ilmu sosial.

Liu et.al (2009) memfokuskan permasalahan pada pengalokasian perlindungan sumber daya untuk meningkatkan ketahanan dan kedinamisan sistem transportasi. Model ini bertujuan untuk mengoptimalkan risiko rata-rata hilangnya keobjektifan dari sistem. Formulasi tidak hanya didasarkan pada ketidakpastian, tetapi juga menggunakan perhitungan yang meliputi variabel keputusan integer. Algoritma yang digunakan adalah pengembangan metode L-shaped dengan dekomposisi Benders. Model yang dihasilkan untuk problema

perlindungan jaringan transportasi ini adalah :

$$\min_u 0 + \underset{\xi \in \Xi_d}{E} \{Q(u, \xi)\} + \eta \underset{\xi \in \Xi_d}{E} \left\{ \left[Q(u, \xi) - \underset{\xi \in \Xi_d}{E} \{Q(u, \xi)\} \right]_+ \right\} \quad (2.17)$$

s.t

$$\langle c_1, u \rangle \leq B, \quad (2.18)$$

$$u \in \{0, 1\}^{\bar{m}} \quad (2.19)$$

dengan

$$Q(u, \xi) := \min_{x^k} \langle c_2, \Xi(\xi, u) \rangle + \gamma \langle f, t(f) \rangle \quad (2.20)$$

s.t

$$Wx^k = q^k, \forall k = 1, \dots, K \quad (2.21)$$

$$f = \sum_{k=1}^K x^k, x^k \in R_+^m \quad (2.22)$$

Dimana diasumsikan jaringan transportasi dinotasikan dengan $G(N, A)$, dimana N adalah himpunan node yang berukuran n dan A adalah himpunan link jaringan yang berukuran m . u adalah variabel keputusan biner. $k \in \{1, \dots, K\}$ adalah komoditi, $x^k \in R_+^m$ adalah vektor aliran produk dari link, dan $q^k \in R^n$ adalah vektor permintaan dan suplai komoditi k pada setiap node. $f_a = \sum_{k=1}^K x_a^k, \forall a \in A$ adalah total aliran (*flow*) produk pada link a . Pada jaringan transportasi, lalu lintas diasumsikan dalam keadaan ekuilibrium, dimana pengguna lalu lintas tidak memperoleh lebih dari perubahan keputusan rute. Asumsi ini akan bekerja dengan baik jika para pengguna lalu lintas dapat mempelajari dan beradaptasi terhadap kondisi lalu lintas dari hari ke hari. ξ adalah vektor acak yang menjelaskan ketidakpastian dari risiko kerusakan link tanpa keputusan perlindungan, dan probabilitas yang bersesuaian $p(\xi)$ mendefinisikan suatu skenario kerusakan.

ξ adalah vektor acak yang menjelaskan waktu acak dari kerusakan link yang telah dilindungi, yang diakibatkan oleh bencana alam. c_1 adalah vektor biaya perlindungan, B adalah total biaya yang disediakan untuk perlindungan, dan c_2 adalah vektor biaya perbaikan. Vektor e adalah sama dengan 1. Link waktu perjalanan t bergantung pada link aliran produk f . Notasi W adalah link node matriks *adjacent*, dan M adalah perubahan positif yang besar.

Persamaan (2.19) menjelaskan kendala biaya yang tersedia. Persamaan (2.20) pembatasan sederhana u menjadi biner. Persamaan (2.21) merupakan tahap kedua dari metode program stokastik dua tahap, yang meliputi biaya perbaikan $\langle c_2, \Xi(\xi, u) \rangle$ dan biaya bobot aliran produk $\gamma \langle f, t(f) \rangle$, dimana γ adalah bobot koefisien uang mengkonversikan waktu dengan nilai moneter. η adalah faktor bobot biaya penjualan yang diharapkan dengan risiko. Persamaan (2.22) memberikan kendala konservasi aliran produk untuk problema tahap kedua. Persamaan (2.23) membatasi link aliran produk menjadi 0 (nol) jika link menjadi rusak disebabkan oleh bencana alam. Sebagai hasil akhir persamaan (2.18) memberikan fungsi objektif untuk meminimumkan bobot nilai rata-rata dan risiko dari biaya yang terdapat pada tahap kedua.

BAB 3

TRANSPORTASI LOGISTIK DAN PROGRAM STOKASTIK

Pada dekade terakhir ini perkembangan rantai suplai dipertimbangkan di dunia internasional, khususnya di bidang automobil, komputer, dan industri. Perkembangannya di dunia global menjadi motivasi bagi para praktisi dan peneliti untuk tertarik pada manajemen rantai suplai. Manajemen rantai suplai merupakan salah satu tugas penting di bidang ekonomi yang memiliki implikasi yang luas di bidang perindustrian. Rantai ini menjangkau setiap langkah proses dari pengolahan bahan mentah sampai menjadi suatu produk yang siap digunakan (Johnson et.al, 1999). Manajemen rantai suplai bukan hanya fenomena domestik saja tetapi juga menjadi tantangan bagi globalisasi. Transportasi dan logistik meliputi semua hal yang berhubungan dengan aliran produk di dalam rantai suplai, termasuk didalamnya transportasi, gudang, dan penyediaan material.

Sasaran dari transportasi dan logistik adalah memperkecil waktu dalam suatu rantai suplai. Ini meliputi tidak hanya memperkecil waktu pengiriman dari penyalur bahan mentah, barang-barang kebutuhan produksi, tetapi juga distribusi produk akhir dari pabrik ke grosir, pengecer dan konsumen (Santoso et.al, 2005). Program matematika deterministik dan stokastik sering digunakan sebagai model dan analisis kualitatif dalam problema transportasi dan logistik.

3.1 Problema Transportasi dan Logistik

Transportasi, secara fundamental, merupakan suatu bisnis perpindahan sesuatu produk sehingga produk tersebut menjadi lebih bermanfaat. Jika terdapat suatu sumber daya pada lokasi i , sumber daya tersebut mungkin akan lebih bermanfaat pada lokasi yang lain j . Dalam kerangka yang sederhana ini, terdapat suatu variasi

yang besar dari problema ini yang membutuhkan metode pemodelan dan algoritma khusus. Problema transportasi dan logistik dalam aplikasinya pada kehidupan nyata menimbulkan beberapa problema baru. Beberapa contoh dari problema tersebut adalah (Powell dan Topaloglu, 2002) :

1. Distribusi produk

Permasalahan yang mungkin sudah lama atau paling banyak muncul dalam problema transportasi adalah menentukan berapa banyak produk yang dikirim dari pabrik ke gudang sebelum akhirnya dikirim ke pengecer atau konsumen. Keputusan untuk menentukan berapa banyak produk dan tujuan akan dikirim harus dibuat sebelum jumlah permintaan konsumen diketahui. Terdapat sejumlah variasi penting dari problema ini, yaitu meliputi :

a. Pembagian proses distribusi Kasus yang sering terjadi, konsumen akan dilayani oleh suatu gudang khusus, tetapi substitusi diantara gudang yang ada seharusnya dapat dilakukan.

b. Substitusi tipe produk

Suatu perusahaan dapat memproduksi berbagai jenis produk untuk memenuhi permintaan pasar. Untuk problema distribusi periode tunggal, substitusi diantara produk pada lokasi yang berbeda adalah sama dengan substitusi diantara jenis-jenis produk yang berbeda, selama biaya substitusi diketahui.

c. Penimbunan permintaan

Dalam problema multi periode, jika permintaan tidak dipenuhi dalam satu periode, dapat diasumsikan bahwa permintaan tersebut gagal atau ditahan untuk periode selanjutnya. Problema ini menimbulkan suatu pokok permasalahan, yaitu, produk yang tidak tahan lama harus segera dihabiskan, sedangkan produk yang tahan lama dapat disimpan dahulu.

2. Manajemen kontainer

Kontainer biasanya diartikan dengan sebuah kotak yang bentuknya berbeda-beda yang berhubungan dengan muatan. Kontainer bisa dalam bentuk kereta gandeng, mobil, atau kontainer intermodal yang digunakan untuk memindahkan produk antar samudera (dan kemudian menggunakan truk atau kereta api untuk pengiriman ke konsumen). Kontainer menghadirkan suatu sumber daya yang berguna untuk memenuhi permintaan konsumen (perpindahan muatan dari i ke j), juga memberikan efek pada perubahan sistem dasar (kontainer berpindah dari i ke j). Permintaan konsumen akan berkurang dari sistem, tetapi kontainer tidak berkurang. Variasi dari problema ini meliputi :

a. Problema komoditi tunggal

Problema ini muncul ketika semua kontainer yang digunakan adalah sama, atau ketika terdapat tipe kontainer yang berbeda, tanpa substitusi diantara tipe permintaan yang berbeda. Ketika terjadi tidak terdapat substitusi, problema ini berubah menjadi problema komoditi tunggal untuk setiap tipe produk.

b. Problema multi komoditi

Terdapat tipe-tipe kontainer yang berbeda, dan konsumen dapat memilih kontainer yang mereka inginkan untuk mengangkut permintaan mereka. Sebagai contoh, konsumen dapat menerima sebuah kontainer yang berukuran besar, atau menginginkan pengiriman produk kering dengan menggunakan kereta api dengan pembeku.

c. Penimbunan permintaan dan pemborosan waktu

Kebanyakan model menghadirkan variabel permintaan pada suatu poin waktu, dimana permintaan dianggap gagal jika permintaan tidak dipenuhi pada poin waktu yang ditentukan. Pada prakteknya, permintaan konsumen

pada kasus ini biasanya akan ditunda.

- d. Perpindahan dari suatu alat pengangkutan ke alat pengangkutan lain dan *relay* poin.

Model yang paling sederhana menghadirkan suatu permintaan yang dikirim dari i ke j , dan dimana perpindahan tersebut dihadirkan kembali sebagai suatu keputusan tunggal. Permasalahan yang lebih kompleks harus memodelkan taraf transportasi (pengiriman melalui samudera atau darat) dengan *relay* atau titik perpindahan dari satu alat pengangkutan ke alat pengangkutan lain (pelabuhan, tempat pemberhentian kereta api) dimana kontainer berpindah dari cara satu ke cara selanjutnya.

3. Pengaturan peralatan

Stasiun kereta api utama di Amerika Utara membutuhkan suatu manajemen yang mengatur armada yang digunakan dari 500 lokomotif yang ada. Perusahaan penerbangan harus mengirimkan logistik dan penumpang dalam skala global dengan menggunakan tipe-tipe pesawat yang berbeda. Permasalahan-permasalahan ini telah dimodelkan pada masa yang lampau dengan menggunakan kerangka yang sama dengan problema manajemen kontainer dengan tipe multi kontainer. Peralatan yang kompleks membutuhkan sesuatu yang lebih. Sebagai contoh, terdapat 4 (empat) kelas utama dari lokomotif, menggambarkan apakah kelas tersebut memiliki *adhési* (suatu teknologi untuk mengetahui kelicinan roda pada rel) tinggi atau rendah, dan apakah memiliki 4 (empat) atau 6 (enam) roda (6 (enam) roda memiliki kekuatan yang lebih).

4. Sumber daya manusia

Truk, kereta api, dan pesawat terbang dapat berpindah karena ada yang mengoperasikannya. Sehingga pemodelan sumber daya manusia tidak hanya penting, tetapi membutuhkan suatu himpunan atribut yang membuat peralatan yang

begitu kompleks menjadi kelihatan sederhana. Seorang pengemudi truk, sebagai contoh, harus dikarakteristikkan berdasarkan lokasi, tempat tinggal, tingkat keahlian, dan pengalaman mengemudi. Sistem produksi harus meliputi permasalahan ini.

Problema-problema ini adalah contoh dari permasalahan alokasi sumber daya, dimana, dengan sedikit pengecualian, sumber daya tunggal memenuhi permintaan tunggal. *Bundling* muncul ketika beberapa lokomotif digunakan untuk menarik sebuah kereta api, atau dua orang supir dibutuhkan untuk mengoperasikan sebuah truk. *Layering* muncul ketika dibutuhkan pesawat terbang, seorang pilot, bahan bakar, dan peralatan bongkar muat khusus untuk memindahkan muatan dari satu landasan udara ke landasan udara lainnya. Pada beberapa kasus, sumber daya menurun. Sebagai contoh, untuk lokomotif, kru, dan truk dapat dilakukan pengaturan. Truk dapat berangkat dari A ke B. Untuk mengoperasikan kereta api dibutuhkan kru, tetapi kru tersebut harus kembali ke tempat domisilinya di C. Dan lokomotif tersebut harus mengantarkan produk ke D. Maka lokomotif, kru, dan truk adalah 3 (tiga) kelas (*layer*) sumber daya, ketika lokomotif, kru dan truk, ketiganya dibutuhkan untuk distribusi kereta api. Problema transportasi menghadirkan suatu susunan pokok permasalahan yang memberikan pemodelan khusus dan algoritma pembandingan. Hal ini meliputi :

- a. Pentahapan waktu dari informasi. Pada transportasi pengangkutan, informasi selalu datang terlambat. Ini merupakan jantung dari problema model program stokastik.
- b. Keterlambatan informasi. Sering terjadi, konsumen memesan pada waktu t , tetapi pesanan tersebut akan dipenuhi pada waktu .
- c. Atribut sumber daya yang kompleks. Atribut sumber daya dapat menjadi kompleks, menimbulkan permasalahan dimana jumlah kendala bisa menjadi berjuta.

Ini menjadi tantangan untuk model deterministik, tetapi menghadirkan suatu kesulitan khusus dalam konteks problema stokastik.

- d. Integralitas. Beberapa problema transportasi memperlihatkan struktur jaringan yang membuatnya menjadi lebih mudah untuk solusi integer atau non integer. Struktur ini dapat dengan mudah dihapus ketika terdapat ketidakpastian.
- e. Waktu perjalanan. Pada problema transportasi membutuhkan waktu untuk berpindah dari satu lokasi ke lokasi lain dan selanjutnya, dimana ini merupakan sebuah pokok permasalahan minor dalam model deterministik. Pada model stokastik, kasus ini menimbulkan banyak komplikasi. Jika waktu perjalanan adalah deterministik, hasilnya dapat menjadi pertumbuhan ukuran yang dramatis dari jarak. Begitu pun, sering terjadi pada beberapa kasus waktu perjalanan tidak hanya problema stokastik, kasus tersebut tidak dapat diukur ketika perjalanan baru akan dimulai.
- f. Kontrol multi agen. Sistem transportasi yang besar dapat dikontrol oleh perantara-perantara yang berbeda yang mengontrol dimensi khusus dari sistem. Keputusan dari perantara yang lain diperlihatkan sebagai variabel acak pada seorang perantara utama.
- g. Implementasi. Apa yang direncanakan mungkin saja tidak sama dengan yang terjadi pada kenyataannya. Salah satu jenis pengabaian ketidakpastian adalah membedakan diantara keputusan yang direncanakan dengan keputusan yang diambil pada waktu pelaksanaan.

3.2 Program Stokastik

Banyak permasalahan optimisasi mengandung ketidakpastian. Beberapa kasus dari permasalahan-permasalahan tersebut mengandung suatu proses acak, atau beberapa informasi tidak diketahui. Penggabungan ketidakpastian ini ke dalam kendala

dan fungsi objektif dari suatu program matematika menghasilkan program stokastik. Program stokastik menangani situasi-situasi dimana beberapa atau semua parameter masalah diuraikan berdasarkan variabel-variabel acak. Kasus-kasus seperti ini tampak umum di kehidupan nyata, dimana sulit untuk menentukan nilai-nilai parameter secara tepat. Program stokastik merupakan program matematika, yang didalamnya mengandung ketidakpastian, beberapa data yang termuat tujuan atau kendala mengandung ketidakpastian, ketidakpastian biasanya dicirikan oleh distribusi peluang pada parameter.

Tujuan dari program stokastik adalah untuk mempertimbangkan efek-efek acak ini secara eksplisit dalam pemecahan model. Gagasan dasar dari semua model program stokastik adalah untuk mengubah sifat probabilistik masalah menjadi situasi deterministik yang setara. Bentuk umum dari program stokastik sebagai berikut :

$$\min f(x) = c^T x = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (3.1)$$

s.t.

$$A_i^T x = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i \quad (3.2)$$

$$x_j \geq 0 \quad (3.3)$$

dimana c_j , a_{ij} , dan b_i merupakan variabel acak (variabel keputusan x_j diasumsikan deterministik) yang diketahui distribusi peluangnya.

3.3 Model Program Stokastik Dua Tahap

Model program stokastik dua tahap merupakan konversi problema stokastik ke dalam problema deterministik yang ekuivalen. Penyelesaian program stokastik dua tahap terdiri atas vektor acak dan deterministik. Pada pendekatan model program stokastik dua tahap, variabel keputusannya dibagi menjadi dua bagian. Tahap pertama

adalah menentukan variabel keputusan dari parameter ketidakpastian. Selanjutnya, membuat fungsi objektif untuk meminimumkan jumlah biaya dan nilai ekspektasi pada tahap pertama.

Bentuk umum dari model program stokastik dua tahap adalah :

$$\min_{x \in R^n} c^T x + E [Q(x, \xi)] \quad (3.4)$$

s.t.

$$x \geq 0 \quad (3.5)$$

dimana $Q(x, \xi)$ adalah nilai optimal dari problema tahap kedua :

$$\min_{y \in R^m} q^T y \quad (3.6)$$

s.t.

$$y \geq 0 \quad (3.7)$$

$\xi = (q, h, T, W)$ adalah data dari problema tahap kedua, yang merupakan vektor dari parameter yang ada pada tahap kedua. Diasumsikan beberapa/semua elemen adalah acak, dapat ditulis dengan $\xi(\omega)$. Pada tahap pertama diperlihatkan beberapa/semua elemen vektor ξ yang bersifat acak dan operator ekspektasi, yang berkenaan dengan distribusi probabilitas dari ξ . $E \subset R^d$ mendasari distribusi probabilitas dari ξ .

BAB 4

MODEL PROGRAM STOKASTIK DALAM TRANSPORTASI DAN LOGISTIK

4.1 Model Program Stokastik dalam Transportasi dan Logistik

Problema transportasi dan logistik dalam suatu rantai suplai dapat digambarkan dalam formulasi matematika deterministik. Andaikan suatu jaringan rantai suplai, dimana N adalah himpunan node (sumber atau tujuan) dan A himpunan arc (busur yang menghubungkan sebuah sumber dan sebuah tujuan yang mewakili rute pengiriman barang). Himpunan N terdiri atas himpunan penyalur S , himpunan fasilitas produksi P dan himpunan konsumen C , sehingga $N = S \cup P \cup C$. Fasilitas produksi meliputi pusat produksi M , fasilitas penyelesaian hasil produksi F , dan gudang W , sehingga $P = M \cup F \cup W$. Pusat produksi $i \in M$ atau fasilitas penyelesaian hasil produksi $i \in F$ terdiri atas himpunan pabrik dan alat untuk penyelesaian hasil produksi N_i . Himpunan P meliputi pusat produksi dan alat-alat yang digunakan untuk proses produksi. Andaikan K adalah himpunan distribusi produk dalam rantai suplai.

Bentuk dari rantai suplai terdiri atas keputusan untuk menentukan pusat produksi untuk memproduksi dan alat yang digunakan untuk proses penyelesaian produksi. Diasosiasikan sebuah variabel biner y_i untuk keputusan, $y_i = 1$ jika suatu fasilitas produksi i diperlukan atau mesin i diperlukan, dan 0 jika tidak diperlukan. Keputusan operasional terdiri atas rute aliran produk distribusi produk $k \in K$ dari penyalur ke konsumen. Andaikan x_{ij}^k adalah aliran produk distribusi produk k dari node a ke node j , dimana $(ij) \in A$.

Untuk pembuatan model diasumsikan karakteristik operasional dan desain parameter untuk rantai suplai adalah deterministik, dan parameter permintaan, harga dan kapasitas sumber daya mengandung ketidakpastian. Maka bentuk model mate-

matika deterministik untuk problema transportasi dan logistik dalam rantai suplai :

$$\min \sum_{i \in P} c_i y_i + \sum_{k \in K} \sum_{(ij) \in A} q_{ij}^k x_{ij}^k \quad (4.1)$$

s.t.

$$y \in Y \subseteq \{0, 1\}^{|P|}, \quad (4.2)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij}^k - \sum_{l \in N} x_{jl}^k = 0 \quad \forall j \in P, \forall k \in K, \quad (4.3)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij}^k \geq d_j^k \quad \forall j \in C, \forall k \in K, \quad (4.4)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij}^k \leq s_i^k \quad \forall i \in S, \forall k \in K \quad (4.5)$$

$$\sum_{k \in K} r_j^k \left(\sum_{i \in N} x_{ij}^k \right) \leq m_j y_j \quad \forall j \in P, \quad (4.6)$$

$$x \in R_+^{|A| \times |K|} \quad (4.7)$$

dimana :

c_i = biaya investasi untuk membangun fasilitas i atau memperoleh mesin i .

q_{ij}^k = biaya produksi produk per unit dengan menggunakan fasilitas i dan atau transportasi produk pada arc (ij) .

Dari model di atas semua komponen diasumsikan berdasarkan sistem tahunan. Fungsi objektif (4.1) meminimumkan total investasi dan biaya operasional. Kendala (4.2) menyatakan himpunan Y logika kebebasan dan pembatasan, seperti $y_i \leq y_j$ untuk semua $i \in N_j$ dan $j \in P$ atau F , sebagai contoh mesin $i \in N_j$ hanya dapat diperoleh jika fasilitas j dibangun. Kendala ini juga menguatkan kebineran dari bentuk keputusan fasilitas produksi.

Kendala (4.3) menguatkan konservasi aliran produk produk k melewati setiap proses di node j . Kendala (4.4) menyatakan total aliran produk k ke konsumen di node j harus melebihi permintaan d_j^k di node tersebut. Kendala (4.5) menyatakan total aliran produk k dari penyalur di node j harus lebih kecil dari suplai s_j^k di node tersebut. Kendala (4.6) menjamin kapasitas kendala dari setiap node pemrosesan. Disini r_j^k menyatakan kebutuhan proses produksi per unit dari produk k di node j . Kapasitas kendala mengharuskan total kebutuhan proses produksi dari semua produk di node j menjadi lebih kecil dari kapasitas m_j dari fasilitas j jika fasilitas ini dibangun $y_j = 1$. Jika fasilitas j tidak dibangun ($y_j = 0$) kendala akan menguatkan semua variabel aliran produk distribusi x_{ij}^k untuk semua $i \in N$. Kendala (4.7) menguatkan non negativitas dari bentuk variabel aliran produk ke dalam arc $(ij) \in A$ dan produk $k \in K$. Model deterministik diatas dapat diringkas dengan notasi :

$$\min c^T y + q^T x \quad (4.8)$$

s.t.

$$y \in Y \subseteq \{0, 1\}^{|P|}, \quad (4.9)$$

$$Nx = 0 \quad (4.10)$$

$$Dx \geq d \quad (4.11)$$

$$Sx \leq s \quad (4.12)$$

$$Rx \leq My \quad (4.13)$$

$$x \in R_+^{|A| \times |K|} \quad (4.14)$$

Vektor c, q, d dan s diatas bersesuaian dengan biaya investasi, biaya proses produksi/transportasi, permintaan, dan suplai. Notasi R bersesuaian dengan sebuah matriks dari r_j^k , dan notasi M bersesuaian dengan m_j .

Untuk memperluas model diatas menjadi model stokastik, diasumsikan bahwa biaya proses produksi /transportasi, permintaan, suplai, dan kapasitas merupakan parameter stokastik dengan diketahui distribusi gabungannya. Sehingga model stokastik untuk problema transportasi dan logistik dalam suatu rantai suplai adalah sebagai berikut:

$$\min_y f(y) := c^T y + E[Q(y, \xi)] \quad (4.15)$$

s.t.

$$y \in Y \subseteq \{0, 1\}^{|P|}, \quad (4.16)$$

dimana $Q(y, \xi)$ merupakan nilai optimal dari problema :

$$\min_{x, z} q^T x + h^T z \quad (4.17)$$

s.t.

$$Nx = 0 \quad (4.18)$$

$$Dx + z \geq d \quad (4.19)$$

$$Sx \leq s \quad (4.20)$$

$$Rx \leq My \quad (4.21)$$

$$x \in R_+^{|A| \times |K|} \quad (4.22)$$

ξ pada persamaan (4.15) adalah vektor acak yang bersesuaian dengan biaya proses produksi/transportasi, permintaan, suplai, dan kapasitas yang tidak pasti. Nilai optimal $Q(y, \xi)$ dari problema tahap kedua (4.17) hingga (4.22) merupakan fungsi dari variabel y keputusan pada tahap pertama dan sebuah skenario $\xi = (q, d, s, m)$ dari parameter ketidakpastian. Ekspektasi pada persamaan (4.15) berkenaan dengan distribusi probabilitas dari ξ yang diperkirakan diketahui. Variabel z pada kendala (4.19) dan komponen biaya h_z^T pada persamaan (4.17) bersesuaian dengan pinalti pembatalan permintaan. Pinalti ini dapat diinterpretasikan sebagai biaya tidak adanya permintaan.

Model (4.15) hingga (4.22) merupakan model program stokastik dua tahap. Tahap pertama adalah bentuk dari keputusan y , tahap kedua terdiri dari proses produksi dan transportasi produk dari penyalur ke konsumen dalam suatu model optimal berdasarkan bentuk dan skenario ketidakpastian yang diperoleh. Fungsi objektif dari model diatas meminimalkan biaya investasi $c^T y$ dan ekspektasi biaya operasi di masa yang akan datang $E [Q(y, \xi)]$. Diasumsikan $E [Q(y, \xi)]$ terdefinisi dengan baik dan terbatas sebagai pertimbangan untuk ξ . Sebagai konsekwensinya, problema (4.15) hingga (4.16) merupakan fungsi objektif $f(y)$ yang terdefinisi dengan baik, dan ketika himpunan Y adalah tidak kosong dan terbatas, hal ini akan mempengaruhi solusi optimal.

4.2 Implementasi Model

Problema yang digunakan dalam penelitian ini sebagai implementasi dari model program stokastik dalam transportasi dan logistik adalah problema desain global rantai suplai transportasi dan logistik, yang diambil dari penelitian yang dilakukan oleh Santoso et.al (2004). Rantai suplai dalam penelitian ini meliputi Amerika Serikat dan beberapa negara Amerika Latin. Problema global sedikit berbeda dari formula minimalisasi biaya pada formulasi (4.15) hingga (4.22). Problema ini direferen-

sikan untuk permasalahan yang bersifat global, yang meliputi maksimisasi dari nilai harapan keuntungan setelah pajak (pendapatan dikurang biaya proses produksi dan transportasi). Hal yang pertama dilakukan adalah menentukan karakteristik dari permasalahan. Karakteristik umum dari jaringan transportasi dan logistik rantai suplai global dalam problema ini adalah sebagai berikut:

Tabel 4.1 Karakteristik Jaringan Rantai Suplai

Karakteristik	Global
Tipe Produk	9
Fasilitas Total	87
Suplier Internal	6
Pabrik	8
Mesin	10
Fasilitas Penyelesaian Tahap Akhir Produk	10
Proses Akhir dari Mesin	36
Gudang	17
Konsumen	17
Channel Transportasi	239
Negara	7

Formulasi model yang diperoleh adalah sebagai berikut :

$$\max_x f(y) := -c^T y + E[Q(y, \xi)]$$

s.t.

$$y \in Y \subseteq \{0, 1\}^{|P|}$$

dimana $Q(y, \xi)$ adalah nilai optimal dari problema :

$$\max_x q^T x$$

s.t.

$$Dx \leq d,$$

$$Sx \leq s$$

$$Rx \leq My$$

$$x \in R_+^{|A| \times |K|}$$

Parameter q adalah keuntungan per unit setelah pajak. Parameter ini dihitung setelah diambil perhitungan pajak impor dan ekspor dan tingkat pertukaran mata uang asing antara beberapa negara yang ada di dalam rantai suplai. Untuk memperoleh model stokastik, diasumsikan bahwa permintaan produk dan kapasitas fasilitas adalah tidak pasti. Catatan untuk model ini, bahwa tidak semua permintaan produk dipenuhi. Hal ini memperjelas secara konseptual bahwa model ini tidak berbeda dengan formulasi minimisasi biaya (4.15) hingga (4.22).

BAB 5

KESIMPULAN

Ide dasar dari program stokastik dalam optimisasi adalah mengkonversi problema ke dalam problema deterministik yang ekuivalen sehingga teknik linier (deterministik), nonlinier, geometrik dan program dinamik dapat diterapkan untuk memperoleh solusi optimal.

Model deterministik dipandang sebagai titik awal untuk pemodelan problema transportasi dan logistik. Model deterministik yang disajikan oleh Powell dan Topaloglu (2002) merupakan suatu model sederhana dari problema ini, dimana didalamnya terdapat pembatasan bahwa model tersebut tidak direkomendasikan untuk pengiriman ke depot regional tetapi direkomendasikan untuk pengiriman ke konsumen tertentu.

Model rekursif sederhana yang disajikan Powell dan Topaloglu (2002) diselesaikan dengan pemrograman konveks non linier memberikan suatu kendala jaringan dengan permintaan diskrit, dan menghasilkan penambahan fungsi konveks linier untuk setiap pengiriman. Kelemahan dari model ini adalah bahwa model ini tidak meliputi kemampuan dari perusahaan untuk melakukan pengiriman alat transportasi ke suatu depot regional, dan kemudian menunggu untuk melakukan pengiriman dari depot ke konsumen. Pada kenyataannya, tidak mungkin suatu alat transportasi melakukan pengiriman ke konsumen tanpa harus melalui depot regional terlebih dahulu.

Problema transportasi dan logistik menghasilkan suatu struktur jaringan dan membutuhkan suatu solusi integer. Program stokastik dengan metode pengalokasian dua tahap dipandang dapat menyelesaikan problema ini dengan melakukan perluasan dari model deterministik. Model problema transportasi dan logistik dalam rantai

suplai mengasumsikan bahwa karakteristik operasional dan desain parameter untuk rantai suplai adalah deterministik, sedangkan parameter-parameter kritis seperti permintaan, harga dan kapasitas sumber daya adalah tidak pasti. Metodologi ini menghasilkan suatu kerangka kerja yang efisien untuk mengidentifikasi dan pengujian statistik bermacam-macam desain solusi. Penelitian ini menghasilkan suatu model umum untuk problema transportasi dan logistik yang dapat dikembangkan pada permasalahan-permasalahan model transportasi lain yang dapat dianalisis dengan sistem jaringan.



DAFTAR PUSTAKA

- Birge, J.R., and Louveaux, F. 1997, *Introduction To Stochastic Programming*, Spinger Verlag, New Yorks.
- Cheung, R. K.-M., and Powell, W. B. 1996, Models and Algorithms for Distribution Problems with Uncertain Demands. *Location Science*, Vol. 5, Number 1, May 1997, Elsevier, 69-69(1).
- Johnson, M. E., and Pyke, D. F. 1999, *Supply Chain Management*, The Tuck School of Business, Darmouth College, Hanover.
- Kall, P., and Wallace, S. 1994, *Stochastic Programming*, John Wiley and Sons, New York.
- Liu, C., Fan, Y., and Ordonez, F., 2009, A Two Stage Stochastic Programming Model for Transportation Network Protection, *Comput. and Oper. Res.* 36, 1582-1590.
- Powell, W. B., and Topaloglu, H. 2002, Stochastic Programming In Transportation and Logistic, *Handbook of Operation Research and Management Science* Volume 10, Elsevier Science, 555-626.
- Santoso, T., Ahmed, S., Goetschalckx, A., and Shapiro, A. 2005, A Stochastic Programming Approach For Supply Chain Network Design Under Uncertainty, *European J. of Oper. Res* 167, 96-115.

